5 Die Gerade g_1 hat die Gleichung 6: $y = \frac{1}{4}x$.
Die Gerade g_2 hat die Gleichung 4: $y = \frac{1}{2}x$.
Die Gerade g_3 hat die Gleichung 1: $y = 2x$.
Die Gerade g_4 hat die Gleichung 7: $y = -3x$.
Die Gerade g_5 hat die Gleichung 8: $y = -\frac{3}{4}x$.

6 Die Gerade g_1 hat die Gleichung $y = \frac{1}{3}x$.
Die Gerade g_2 hat die Gleichung $y = \frac{3}{7}x$.
Die Gerade g_3 hat die Gleichung $y = \frac{5}{6}x$.
Die Gerade g_4 hat die Gleichung $y = 2x$.
Die Gerade g_5 hat die Gleichung $y = -5x$.
Die Gerade g_6 hat die Gleichung $y = -1x$.
Die Gerade g_7 hat die Gleichung $y = -\frac{2}{5}x$.

7
- roter und grüner Graph:
  Ulf hat bei beiden Steigungsdreiecken den Zähler mit dem Nenner verwechselt. Richtig ist:
  roter Graph $y = 4x$;
  grüner Graph $y = \frac{1}{4}x$
- blauer Graph:
  Die Steigung dieses Graphen ist negativ. Richtig ist:
  blauer Graph $y = -2x$
- lila Graph: Ulf hat die Steigung falsch abgelesen. Richtig ist: $y = -\frac{1}{4}x$.

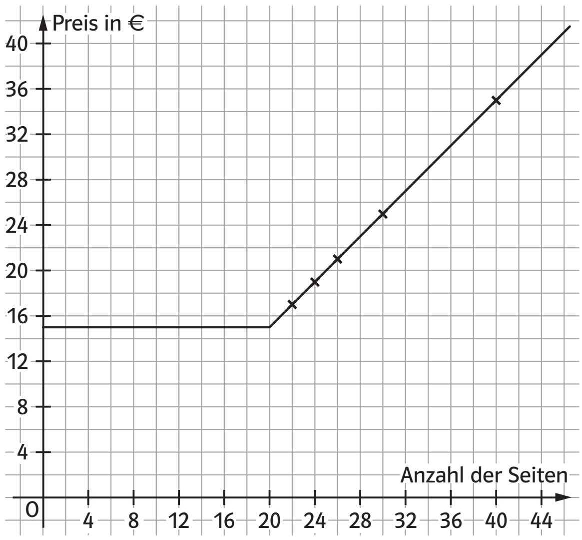
3 Lineare Funktionen Seite 200

Einstiegsaufgabe

→

x: Anzahl der Seiten	22	24	26	30	40
y: Preis in €	17	19	21	25	35

→

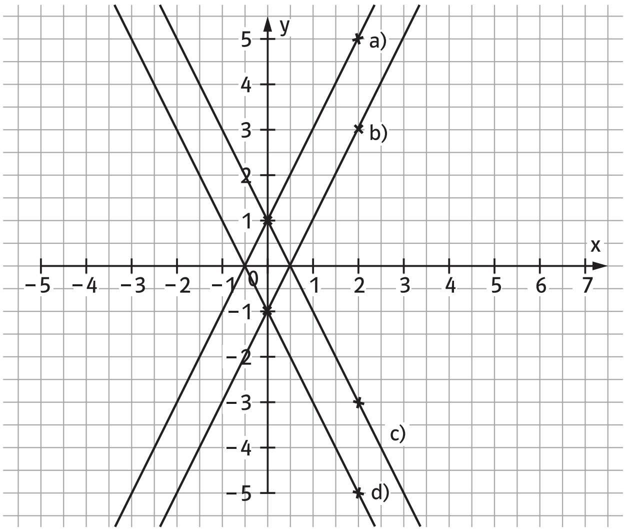


Seite 201

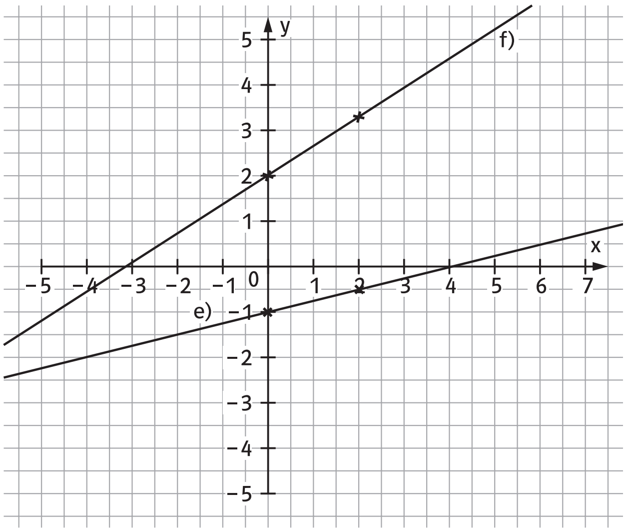
1 Kraftstoffmenge – Kraftstoffpreis: proportionale Funktion, da der Quotient immer gleich ist.
Wärmezufuhr – Wassertemperatur: lineare Funktion mit der Gleichung $y = mx + b$, da das Wasser schon eine bestimmte Temperatur hat, bevor man es erhitzt ($x = 0$).
Bahnkilometer – Fahrpreis: proportionale Funktion, da der Quotient immer gleich ist. Das bedeutet, der Fahrpreis nimmt pro Kilometer immer um denselben Betrag zu.
Länge einer Kerze – Brenndauer: lineare Funktion mit der Gleichung $y = mx + b$, denn die Kerze hat zu Beginn ($x = 0$) eine bestimmte Länge.
Arbeitsstunden – Handwerkerrechnung: proportionale Funktion, wenn der Handwerker nur seine Arbeitsstunden abrechnet oder eine lineare Funktion mit der Gleichung $y = mx + b$, wenn der Handwerker eine Pauschale für seine Anfahrt in Rechnung stellt.

2 Die Gerade g_1 gehört zur Gleichung
G_2: $y = 2x + 1$.
Die Gerade g_2 gehört zur Gleichung
G_3: $y = x + 1$.
Die Gerade g_3 gehört zur Gleichung
G_1: $y = \frac{1}{2}x - 1$.
Die Gerade g_4 gehört zur Gleichung
G_6: $y = -x - 1$.
Die Gerade g_5 gehört zur Gleichung
G_4: $y = -\frac{1}{2}x + 1$.
Die Gerade g_6 gehört zur Gleichung
G_5: $y = -2x + 2$.

3 a) (0 | 1); (2 | 5) b) (0 | −1); (2 | 3)
c) (0 | 1); (2 | −3) d) (0 | −1); (2 | −5)



e) (0 | −1); (2 | −0,5) f) (0 | 2); $\left(2 \,\middle|\, 3\tfrac{1}{3}\right)$



4

Gerade	Geradengleichung	y-Wert für x = 1,5	y-Wert für x = 3
g_1	$y = \frac{2}{3}x - 2$	−1	0
g_2	$y = \frac{2}{3}x - 1$	0	1
g_3	$y = \frac{2}{3}x$	1	2
g_4	$y = \frac{2}{3}x + 1$	2	3
g_5	$y = \frac{2}{3}x + 2$	3	4
g_6	$y = \frac{2}{3}x + 3$	4	5

Die Geradengleichungen unterscheiden sich lediglich im Wert für den y-Achsenabschnitt b. Vergleicht man y-Werte zu einem bestimmten x-Wert, so sieht man, dass sie sich um denselben Wert wie ihre y-Achsenabschnitte b unterscheiden.

5 Die Gerade g_1 hat die Gleichung
$y = \frac{1}{2}x + 1$.
Die Gerade g_2 hat die Gleichung
$y = x + 1$.
Die Gerade g_3 hat die Gleichung
$y = 2x + 1$.
Die Gerade g_4 hat die Gleichung
$y = -3x + 1$.
Die Gerade g_5 hat die Gleichung
$y = -x + 1$.
Alle Geradengleichungen haben denselben Wert für b.

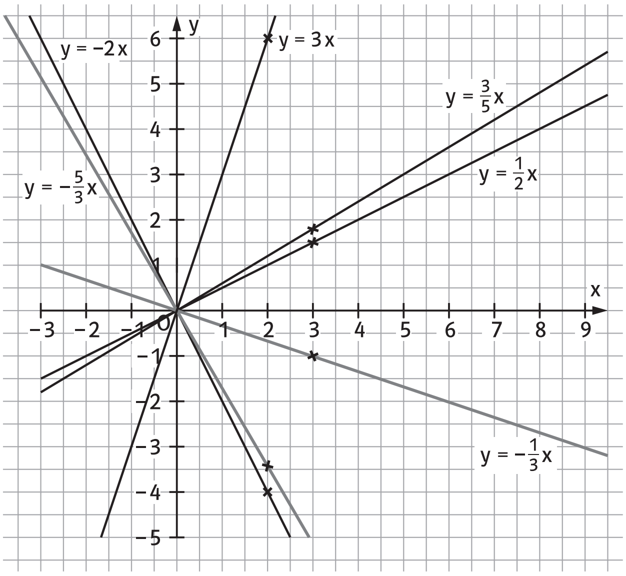
Seite 202

Methode

a)
- Je größer m ist, desto steiler ist die Gerade.
- Bei m = 0 verläuft die Gerade parallel zur x-Achse.
- Wenn m negativ ist, fällt die Gerade.

b) Der Wert für b zeigt den Schnittpunkt der Geraden mit der y-Achse an. Er entspricht der y-Koordinate des jeweiligen Punkts.

6 Jeweils zwei der Geraden sind senkrecht zueinander. Die Steigungen der senkrechten Geraden haben entgegen gesetzte Vorzeichen und Zähler und Nenner sind vertauscht.



7 Die Steigung der Geraden ist m = 4.

8 a)

linker Term	rechter Term
y	3x − 1
−4	3 · (−1) − 1
−4	−4

A liegt auf der Geraden.

b)

linker Term	rechter Term
y	−x + 7
3	−5 + 7
3	2

B liegt nicht auf der Geraden.

c)

linker Term	rechter Term
y	$\frac{1}{4}x - 2$
−4,5	$\frac{1}{4} \cdot (-10) - 2$
−4,5	−4,5

C liegt auf der Geraden.

d)

linker Term	rechter Term
y	$\frac{2}{5}x - 4$
8,8	$\frac{2}{5} \cdot (-12) - 4$
8,8	−8,8

D liegt nicht auf der Geraden.

9 P liegt nicht auf der Geraden, Q liegt auf der Geraden.

10

	(1 | 4)	(4 | 7)	(1,5 | 3)
y = 4x − 3	nein	nein	ja
y = 6 − 2x	ja	nein	ja
$y = \frac{3}{4}x + 4$	nein	ja	nein

11 P3; Q1; R4; S2

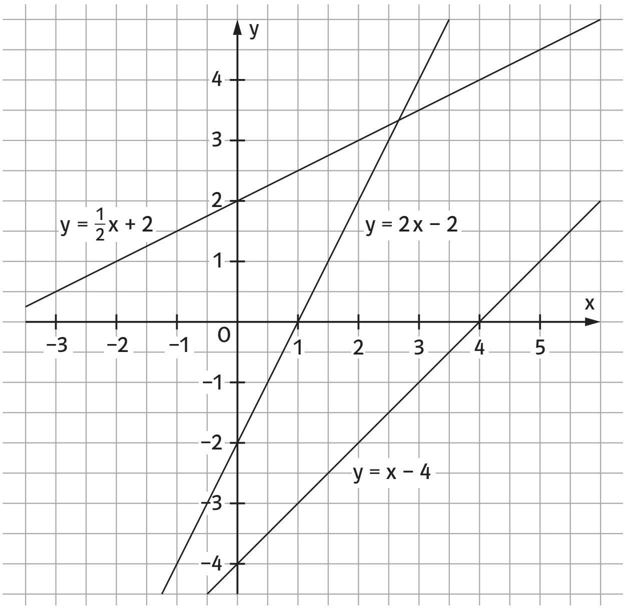
12 Die Gerade g_1 hat die Gleichung
$y = \frac{1}{2}x + 1{,}5$.
Die Gerade g_2 hat die Gleichung
$y = -\frac{3}{2}x - 1{,}5$.
Die Gerade g_3 hat die Gleichung
$y = -x - 2{,}5$.
Die Gerade g_4 hat die Gleichung
$y = \frac{1}{3}x - 1$.

13

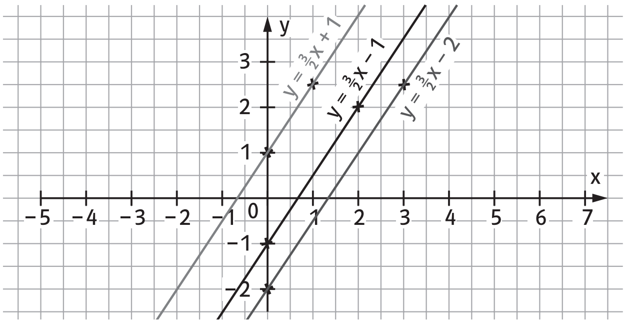
x	−12	−5	0	6	12	15	30
y	−8	$-5\frac{2}{3}$	−4	−2	0	1	6

Seite 203

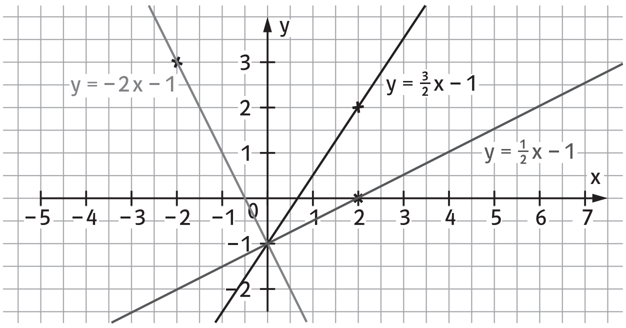
14 a) Die erste Tabelle ist richtig zugeordnet. Die beiden anderen Gleichungen müssen vertauscht werden.
b)



15 a) $y = \frac{3}{2}x - 1$
b) zum Beispiel:



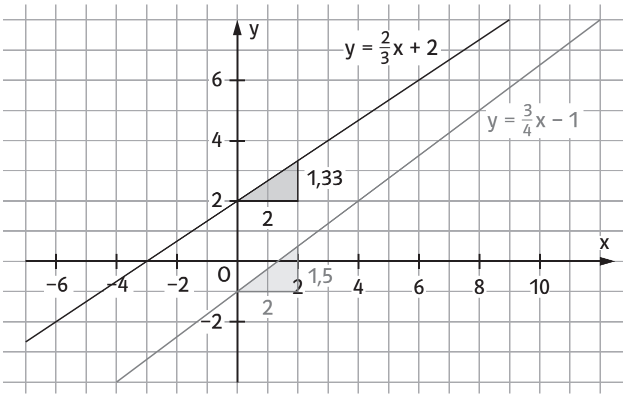
c) zum Beispiel:



16

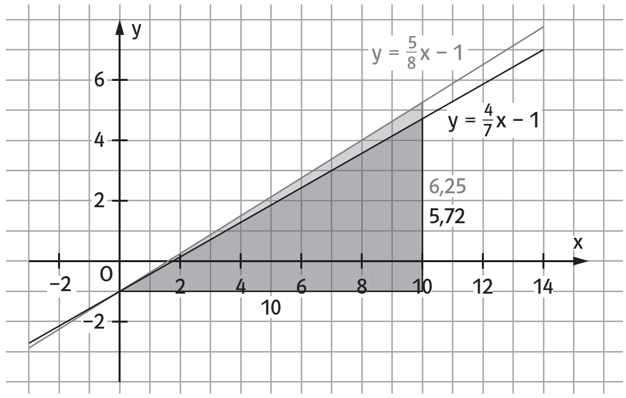
x	−33	−15	0	15	31	51	200
y	−154	−82	−22	38	102	182	778

17 a)



Die Gerade mit der größeren Steigung ist die Gerade, die steiler ist. Da $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$, ist die Gerade mit der Gleichung $y = \frac{3}{4}x - 1$ steiler als die Gerade mit der Gleichung $y = \frac{2}{3}x + 2$.

b)



Die Gerade mit der größeren Steigung ist die Gerade, die steiler ist. Da $\frac{5}{8} > \frac{4}{7}$, ist die Gerade mit der Gleichung $y = \frac{5}{8}x - 1$ steiler als die Gerade mit der Gleichung $y = \frac{4}{7}x - 1$.

Zeichnet man für jede der beiden Geraden ein gleich langes Steigungsdreieck, so ist die Gerade mit der größeren Höhe des Dreiecks steiler als die andere Gerade.

18 Alex hat recht.
Beispiele:

- $g_1 : y = x$; $g_2 : y = -x$;
  $m_1 = 1$; $m_2 = -1$; damit ist $1 \cdot (-1) = -1$
- $g_1 : y = 4x + 5$; $g_2 : y = -\frac{1}{4}x - 3$;
  $m_1 = 4$, $m_2 = -\frac{1}{4}$, damit ist $4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = -1$
- $g_1 : y = -2x + 1$; $g_2 : y = \frac{1}{2}x + 3$;
  $m_1 = -2$, $m_2 = \frac{1}{2} : (-2) \cdot \frac{1}{2} = -1$

19 a) $y = \frac{1}{2}x - 5$ b) $y = -3x + 7$
c) $y = -\frac{3}{4}x - 1$ d) $y = -\frac{1}{3}x - 4$
e) $y = \frac{2}{5}x - 2$

Seite 204

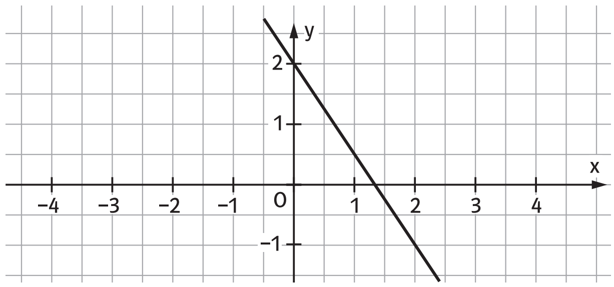
20 a) Die Gerade verläuft parallel zur x-Achse.
b) z. B. $P_1(-5|-4)$; $P_2(-0{,}5|-4)$; $P_3(0|-4)$; $P_4(6|-4)$; $P_5(15|-4)$

21 Die Gleichung der Geraden ist $y = -1$.

22 Die Gerade, die auf der x-Achse liegt, hat die Gleichung $y = 0$. Die Gerade, die auf der y-Achse liegt, hat die Gleichung $x = 0$.

23 a) $y = -3$ b) $x = 3$
c) $y = -3x + 5$ d) $y = \frac{1}{4}x - 2$
e) $y = 5$ f) $x = -2$

24 $y = -1{,}5x + 2$



25 a) $y = x + 6$ b) $y = -2x + 5$
c) $y = -x + 4$

Seite 205

26 Um die Steigung m zu berechnen, setzt man b und den x- und y-Wert des angegebenen Punkts in die Gleichung $y = mx + b$ ein und löst nach m auf.
a) $y = \frac{1}{3}x + 1$ b) $y = x + 2$
c) $y = -2x + 1$ d) $y = -\frac{3}{2}x - 3$

27 Parallel bedeutet, dass die neue Gerade dieselbe Steigung hat wie die angegebene. Um den y-Achsenabschnitt b zu berechnen, setzt man diese Steigung und den x- und y-Wert des angegebenen Punkts in die Gleichung $y = mx + b$ der neuen Geraden ein und löst nach b auf.
a) $y = 1{,}5x + 3$ b) $y = -0{,}5x - 4$
c) $y = \frac{3}{4}x + 3$

28 Ja, die Gerade, auf der alle drei Punkte liegen, hat die Geradengleichung $y = 0{,}5x - 2$.

29 g: Steigung $m = 2$; h: Steigung $m = -1{,}5$; i: Steigung $m = \frac{2}{3}$; j: Steigung $m = -\frac{4}{7}$

30 Aus dem Punkt P liest man direkt den Achsenabschnitt b ab. Um die Steigung m zu berechnen, setzt man b und den x- und y-Wert des angegebenen Punkts in die Gleichung $y = mx + b$ der neuen Geraden ein und löst nach m auf.
a) $y = x + 1$ b) $y = 3x + 1$ c) $y = -4x + 2$

31 a) $y = x + 1$ b) $y = -x + 3$ c) $y = \frac{1}{2}x - 2$

32 Die Steigungen haben denselben Wert, aber unterschiedliche Vorzeichen. Für die Gerade g beträgt die Steigung $m = \frac{12}{5}$, für die Gerade h ist $m = -\frac{5}{12}$. Spiegelt man die Gerade g an der y-Achse, so erhält man die Gerade h.

33 Nein, denn die Gerade g hat die Steigung $m = 0{,}5$, die Gerade h hat die Steigung $m = 0{,}45$.

34 a) $y = \frac{3}{8}x + \frac{13}{8}$ b) $y = x + 3{,}5$
c) $y = -\frac{1}{2}x - 0{,}5$ d) $y = \frac{3}{8}x + 2{,}25$
e) $y = -\frac{8}{3}x + 4\frac{2}{3}$

4 Lösen durch Modellieren I — Seite 206

Einstiegsaufgabe
→ Lara benötigt noch 1000 €. Bei 9 € Stundenlohn muss sie 112 Stunden arbeiten. Da sie täglich 8 Stunden arbeitet, benötigt sie 14 Tage. Arbeitet sie 5 Tage in der Woche, hat sie nach 3 Arbeitswochen das Geld für den Roller zusammen.
→ Geht sie 7 Stunden arbeiten, hat sie das Geld nach 16 Tagen zusammen.

Seite 207

1 a) In fünf Jahren haben die Besucherzahlen um $1070000 - 840000 = 230000$ Besucher zugenommen. Das sind pro Jahr etwa 46 000 Besucher mehr.
Im Jahr 2015 sind also $1070000 + 46000 = 1116000$, im Jahr 2016 sind $1116000 + 46000 = 1162000$ Besucher und im Jahr 2017 sind $1162000 + 46000 = 1208000$ Besucher zu erwarten.
b) Statt 46 000 Besucher pro Jahr mehr sind dann 92 000 Besucher mehr zu erwarten. Im Jahr 2018 kann man demnach mit $1208000 + 92000 = 1300000$ Besuchern rechnen.

2 Realsituation: Wie viele Zentimeter brennt die Kerze in einer Stunde ab?
Mathematisches Modell: Die Kerze war um 9 Uhr 14 cm lang. In drei Stunden sind 4,5 cm der Kerze abgebrannt. Lösungsansatz über eine Gleichung. Die Variable x bezeichnet die Brenndauer, die Variable y die Länge der Kerze. Die Uhrzeit 9:00 Uhr setzt man als Zeitpunkt $x = 0$.
Mathematische Ergebnisse: $y = 14 - 1{,}5x$
a) Um 8:00 Uhr ($x = -1$) war die Kerze 15,5 cm lang. Um 17:00 Uhr ($x = 8$) wird die Kerze noch 2 cm lang sein.
b) Ursprünglich, d.h. um 7 Uhr ($x = -2$), war die Kerze 17 cm lang.
c) Man berechnet, wann die Länge der Kerze $y = 0$ cm beträgt. Dies ist nach $9\frac{1}{3}$ Stunden der Fall. In der Realität wird die Kerze jedoch nicht völlig abbrennen, weil der Docht in das geschmolzene Wachs fällt oder der Docht nicht bis ganz zum Ende reicht. Die Kerze wird deshalb eher nach 9 Stunden, also um 18:00 Uhr verlöschen.

3 a) Tina muss für die $2 \cdot 4 = 8$ Fahrten 56 € bezahlen, wenn sie keine BahnCard besitzt.
Eine BahnCard lohnt sich, wenn reduzierter Fahrpreis + Preis der BahnCard < Normalpreis.
Das bedeutet kürzer: Damit sich eine BahnCard lohnt, muss der Betrag, den man mit ihr bei den gesamten Fahrten spart, mindestens dem Preis der BahnCard entsprechen.
Mit der BahnCard 25 spart man 25 % von 56 €, also $0{,}25 \cdot 56$ € = 114 €.
Mit der BahnCard 50 spart man 50 % von 56 €, also $0{,}5 \cdot 56$ € = 28 €.
Mit der BahnCard 100 sind alle Fahrten umsonst, man spart also 56 €.
Tina sollte also eine BahnCard 25 kaufen. Sie kostet 62 € und Tina spart bei ihren Fahrten dafür 114 €, benötigt also insgesamt 52 € weniger.
Mit der BahnCard 50 würde sie für die Fahrten zwar 28 € sparen, sie müsste allerdings 55 € für die Karte zahlen.