28 Ja, die Gerade, auf der alle drei Punkte liegen, hat die Geradengleichung $y = 0{,}5x - 2$.

29 g: Steigung $m = 2$; h: Steigung $m = -1{,}5$;
i: Steigung $m = \frac{2}{3}$; j: Steigung $m = -\frac{4}{7}$

30 Aus dem Punkt P liest man direkt den Achsenabschnitt b ab. Um die Steigung m zu berechnen, setzt man b und den x- und y-Wert des angegebenen Punkts in die Gleichung $y = mx + b$ der neuen Geraden ein und löst nach m auf.
a) $y = x + 1$ b) $y = 3x + 1$ c) $y = -4x + 2$

31 a) $y = x + 1$ b) $y = -x + 3$ c) $y = \frac{1}{2}x - 2$

32 Die Steigungen haben denselben Wert, aber unterschiedliche Vorzeichen. Für die Gerade g beträgt die Steigung $m = \frac{12}{5}$, für die Gerade h ist $m = -\frac{5}{12}$. Spiegelt man die Gerade g an der y-Achse, so erhält man die Gerade h.

33 Nein, denn die Gerade g hat die Steigung $m = 0{,}5$, die Gerade h hat die Steigung $m = 0{,}45$.

34 a) $y = \frac{3}{8}x + \frac{13}{8}$ b) $y = x + 3{,}5$
c) $y = -\frac{1}{2}x - 0{,}5$ d) $y = \frac{3}{8}x + 2{,}25$
e) $y = -\frac{8}{3}x + 4\frac{2}{3}$

4 Lösen durch Modellieren I — Seite 206

Einstiegsaufgabe

→ Lara benötigt noch 1000 €. Bei 9 € Stundenlohn muss sie 112 Stunden arbeiten. Da sie täglich 8 Stunden arbeitet, benötigt sie 14 Tage. Arbeitet sie 5 Tage in der Woche, hat sie nach 3 Arbeitswochen das Geld für den Roller zusammen.
→ Geht sie 7 Stunden arbeiten, hat sie das Geld nach 16 Tagen zusammen.

Seite 207

1 a) In fünf Jahren haben die Besucherzahlen um $1070000 - 840000 = 230000$ Besucher zugenommen. Das sind pro Jahr etwa 46000 Besucher mehr.
Im Jahr 2015 sind also $1070000 + 46000 = 1116000$, im Jahr 2016 sind $1116000 + 46000 = 1162000$ Besucher und im Jahr 2017 sind $1162000 + 46000 = 1208000$ Besucher zu erwarten.
b) Statt 46000 Besucher pro Jahr mehr sind dann 92000 Besucher mehr zu erwarten. Im Jahr 2018 kann man demnach mit $1208000 + 92000 = 1300000$ Besuchern rechnen.

2 Realsituation: Wie viele Zentimeter brennt die Kerze in einer Stunde ab?
Mathematisches Modell: Die Kerze war um 9 Uhr 14 cm lang. In drei Stunden sind 4,5 cm der Kerze abgebrannt. Lösungsansatz über eine Gleichung. Die Variable x bezeichnet die Brenndauer, die Variable y die Länge der Kerze. Die Uhrzeit 9:00 Uhr setzt man als Zeitpunkt $x = 0$.
Mathematische Ergebnisse: $y = 14 - 1{,}5x$
a) Um 8:00 Uhr $(x = -1)$ war die Kerze 15,5 cm lang. Um 17:00 Uhr $(x = 8)$ wird die Kerze noch 2 cm lang sein.
b) Ursprünglich, d.h. um 7 Uhr $(x = -2)$, war die Kerze 17 cm lang.
c) Man berechnet, wann die Länge der Kerze $y = 0$ cm beträgt. Dies ist nach $9\frac{1}{3}$ Stunden der Fall. In der Realität wird die Kerze jedoch nicht völlig abbrennen, weil der Docht in das geschmolzene Wachs fällt oder der Docht nicht bis ganz zum Ende reicht. Die Kerze wird deshalb eher nach 9 Stunden, also um 18:00 Uhr verlöschen.

3 a) Tina muss für die $2 \cdot 4 = 8$ Fahrten 56 € bezahlen, wenn sie keine BahnCard besitzt.
Eine BahnCard lohnt sich, wenn reduzierter Fahrpreis + Preis der BahnCard < Normalpreis.
Das bedeutet kürzer: Damit sich eine BahnCard lohnt, muss der Betrag, den man mit ihr bei den gesamten Fahrten spart, mindestens dem Preis der BahnCard entsprechen.
Mit der BahnCard 25 spart man 25 % von 56 €, also $0{,}25 \cdot 56$ € = 114 €.
Mit der BahnCard 50 spart man 50 % von 56 €, also $0{,}5 \cdot 56$ € = 28 €.
Mit der BahnCard 100 sind alle Fahrten umsonst, man spart also 56 €.
Tina sollte also eine BahnCard 25 kaufen. Sie kostet 62 € und Tina spart bei ihren Fahrten dafür 114 €, benötigt also insgesamt 52 € weniger. Mit der BahnCard 50 würde sie für die Fahrten zwar 28 € sparen, sie müsste allerdings 55 € für die Karte zahlen.

b) Noah muss für die 8 Fahrten 776 € bezahlen, wenn er keine BahnCard besitzt.
Mit der BahnCard 25 spart man 25 % von, 776 €, also $0{,}25 \cdot 776\,€ = 194\,€$.
Mit der BahnCard 50 spart man 50 % von 776 €, also $0{,}5 \cdot 776\,€ = 388\,€$.
Mit der BahnCard 100 sind alle Fahrten umsonst, man spart also 776 €.
Noah sollte also eine BahnCard 50 kaufen. Diese kostet 255 € und er spart dafür 388 €.
c) Herr Schmid muss für die 72 Fahrten 8 856 € bezahlen, wenn er keine BahnCard besitzt.
Mit der BahnCard 25 spart man 25 % von 8 856 €, also $0{,}25 \cdot 8\,856\,€ = 2\,214\,€$.
Mit der BahnCard 50 spart man 50 % von 8 856 €, also $0{,}5 \cdot 8\,856\,€ = 4\,428\,€$.
Mit der BahnCard 100 sind alle Fahrten umsonst, man spart also 8 856 €.
Der Kauf der BahnCard 25 lohnt sich ebenso wie der Kauf der BahnCard 50 und BahnCard 100.
Herr Schmid sollte am besten die BahnCard 100 kaufen.
d) individuelle Lösungen

Seite 208

4 Realsituation: Welches der beiden Angebote ist günstiger?
Mathematisches Modell: Bei Meisterfoto bezahlen die Schwans pro Foto (je nach Größe) 15 ct, 17 ct oder 30 ct, bei Fotoservice bezahlen sie 15 ct, 22 ct oder 33 ct.
Mathematische Ergebnisse: Die Variable y bezeichnet den Preis für $x = 80$ Fotos:
$y = 80 \cdot 0{,}15\,€ = 12{,}00\,€$
$y = 80 \cdot 0{,}17\,€ = 13{,}60\,€$
$y = 80 \cdot 0{,}22\,€ = 17{,}60\,€$
$y = 80 \cdot 0{,}30\,€ = 24{,}00\,€$
$y = 80 \cdot 0{,}33\,€ = 26{,}40\,€$
Reales Ergebnis: Wählen sie das kleinste Format, ist es egal, wo sie ihre Fotos bestellen, für die beiden größeren Bildformate sollten sie die Bilder bei Meisterfoto bestellen. Das kann man auch schnell an den Einzelpreisen ablesen.

5 a) Realsituation: Wie hoch müssen die Kosten für eine Minute sein, falls die Grundgebühr entfallen soll und die Telefongesellschaft die gleichen Einnahmen haben möchte?
Mathematisches Modell: Wird an 30 Tagen durchschnittlich 30 Minuten telefoniert, betragen die bisherigen Einnahmen:
Grundgebühr + Gesprächskosten: 19,95 €
Mathematische Ergebnisse:
$19{,}95 = 30 \cdot 30 \cdot x$
$x = 0{,}0222$ (gerundet)
Reales Ergebnis: Die Telefongesellschaft wird 2,22 Cent pro Minute berechnen müssen, um genauso viel Geld einzunehmen.
b) Die tägliche Gesprächsdauer bei 50 % höherer Nutzung beträgt 45 Minuten pro Tag. Das bedeutet
$19{,}95 = 30 \cdot 45 \cdot x$
$x = 0{,}0148$ (gerundet).
Die Telefongesellschaft könnten den Preis pro Minute auf 1,5 Cent senken.

Information: Taxitarife

- Der Preis für die Nachmittagsfahrt beträgt Grundtarif + 12 · Arbeitstarif + $\frac{10}{60}$ · Zeittarif, also
  $2{,}40\,€ + 12 \cdot 1{,}50\,€ + \frac{1}{6} \cdot 30\,€ = 25{,}40\,€$.
  Der Preis für die Nachtfahrt beträgt Grundtarif + 12 · Arbeitstarif + $\frac{2}{60}$ · Zeittarif, also
  $2{,}40\,€ + 12 \cdot 1{,}70\,€ + \frac{1}{30} \cdot 30\,€ = 23{,}80\,€$. Frau Berg zahlt insgesamt 49,20 €. Die Nachtfahrt ist 1,60 € günstiger. Das sind
  $\frac{1{,}60\,€}{25{,}40\,€} \cdot 100 = 6{,}3\,\%$. Die Nachtfahrt ist 6,3 % billiger.
- Die Fahrt berechnet sich durch Grundtarif + km · Arbeitstarif + Zeittarif, also
  $2{,}40\,€ + x \cdot 1{,}50\,€ + 9\,€ = 36{,}90\,€$,
  $x = 17\,\text{km}$. Die Wartezeit betrug $30\,€ \cdot \frac{x}{60} = 9\,€$,
  $x = 18$ Minuten. Nach 22 Uhr kostet die Fahrt
  $2{,}40\,€ + 17 \cdot 1{,}70\,€ + 4{,}50\,€ = 35{,}80\,€$.
  $2{,}40\,€ + x \cdot 1{,}90\,€ + \frac{z}{60} \cdot 30\,€ = p$, dabei ist x die Kilometerzahl (in km), z die Wartezeit (in Minuten) und p der Preis.
  Problematisch ist, dass in der Geradengleichung weder die Kilometerzahl noch die Wartezeit festgelegt sind. Man hat also zwei Variablen.