9 Frage: Welches Angebot ist günstiger?
Antwort: Angebot A: $y = 25x + 125$;
Angebot B: $y = 30x$.
Geht man davon aus, dass ein Arbeitstag in beiden Firmen gleich lang ist, z.B. acht Stunden, so ist das Angebot der Firma A mit 925 € günstiger als das Angebot der Firma B mit 960 €.

10 Angebot 1: $y = 12x + 100$;
Angebot 2: $y = 20x + 60$.
Beim Vergleich dieser Angebote kommt es auf die Ausleihdauer an. Beträgt diese genau fünf Stunden, so haben beide Anbieter denselben Preis. Benötigt man die Hebebühne jedoch kürzer, so ist das Angebot mit der geringeren Grundgebühr und den höheren Stundenkosten günstiger. Ab einer Dauer von sechs Stunden ist das erste Angebot günstiger, da die hohe Grundgebühr sich mit den niedrigeren Stundenkosten ausgleicht.

Seite 214

11 a) $y = 2x + 5$ und $y = 2x - 1$; keine Lösung
b) $y = -x + 3$ und $y = -2x + 4$; genau eine Lösung
c) $y = -x + 5$; unendliche viele Lösungen
d) $y = -3x - 2$ und $y = -3x + 2$; keine Lösung

12 unendlich viele Lösungen:

$y = \frac{1}{2}x + 5$	$y = -\frac{1}{2}x + 5$
$2y = x + 10$	$2x + 4y - 20 = 0$

genau eine Lösung:

$y = -5x - 2$	$y = -2x - 5$
$5x - 2 = y$	$x - y - 5 = 0$

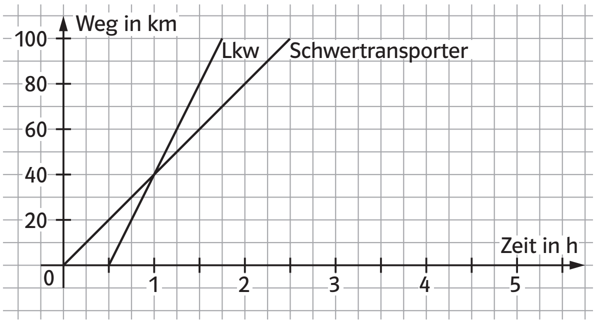
keine Lösung:

$y = \frac{1}{5}x - 3$	$4x - 2y - 10 = 0$
$5y - 2 = x$	$2x - y = 0$

13 a) $y = 2x + 5$ b) $y + (-2)x = 3$
c) $2y = 4x - 3$ d) $6x - 3y = 1$

14 a) $6x - 2y = 8$ b) $9x - 18 = 3y$
c) $y = 2x - 4$
individuelle Lösungen

Methode: Treffpunkte

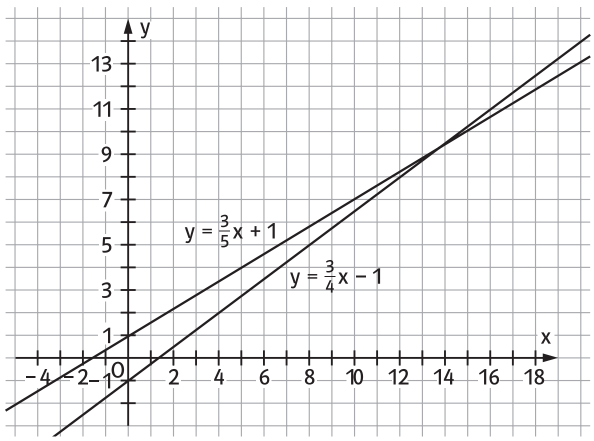


- Der Lkw holt den Schwertransporter nach einer halben Stunde und 40 km ein.

7 Lösen durch Gleichsetzen Seite 215

Einstiegsaufgabe

→



Abgelesene Lösung: S(13,8 | 9,3); errechnete Lösung: $S\left(13\frac{1}{3} \middle| 9\right)$

→ Bei diesem Gleichungssystem kann man die Lösung nicht mehr gut ablesen, da sich die Zahlenwerte stark unterscheiden.

Seite 216

1 a) (5; 11) b) (7; 2) c) (5; 14,5)
d) (3; 14) e) (−2; −1) f) (4; 1)

2 a) (1; 1) b) (2; 1)
c) (4; 33) d) (3; 9)

3 a) $\left(\frac{7}{3}; 2\right)$ b) (3; −1) c) (−9; −5)
d) (3; 5) e) (0; −6) f) $\left(\frac{7}{4}; -\frac{23}{8}\right)$

4 Da die linken Waagschalen der Waagen übereinstimmen, müssen auch die Inhalte der rechten Waagschalen gleich schwer sein. Also wiegt ein Würfel und 8 kg so viel wie zwei Würfel und 4 kg ($x + 8 = 2x + 4$). Daraus folgt, dass ein Würfel 4 kg wiegt.

5 a) (0; 0) b) (1; 1)
c) (0; 2) d) (5; 0)
Da alle Gleichungen bereits nach y aufgelöst sind, muss man jeweils die rechten Seiten der Gleichungen gleichsetzen.

6 a) Multiplizieren Sie die erste Gleichung mit 2, lösen Sie beide Gleichungen nach 2x auf und setzen Sie sie gleich.
Lösung: (3; 2)
b) Multiplizieren Sie die erste Gleichung mit 2, lösen Sie beide Gleichungen nach 2y auf und setzen Sie sie gleich. Lösung: (4; 9)
c) Dividieren Sie die zweite Gleichung durch 2, lösen Sie beide Gleichungen nach 2x auf und setzen Sie sie gleich. Lösung: (5; −2)
d) Dividieren Sie die erste Gleichung durch 2, lösen Sie beide Gleichungen nach 2x auf und setzen Sie sie gleich. Lösung: (−4; −3)
e) Vereinfachen Sie zunächst beide Gleichungen. Sie erhalten:
$x = -y + 4$
$y = -2x + 3.$
Lösen Sie beide Gleichungen nach y auf und setzen Sie sie gleich. Lösung: (−1; 5)

7 a) (6; 1) b) $\left(\frac{5}{3}; -\frac{8}{3}\right)$
c) (9; 4) d) (−2; 4)
e) (3; −3) f) (−1; 2)

8

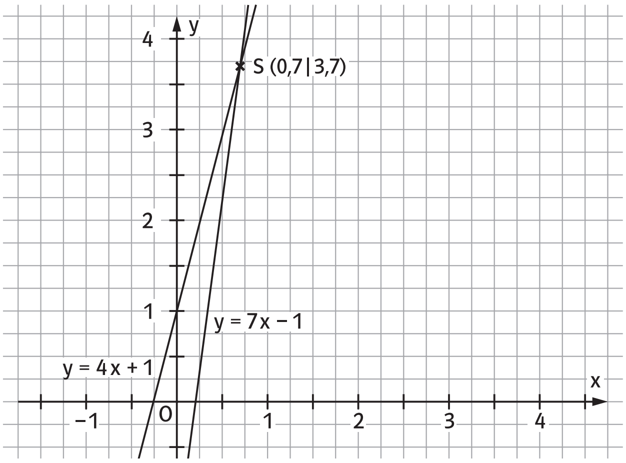
a)	b)	c)
$1 - 3y = x$	$y = 5x - 14$	$12 - x = 3y$
$x = 5 - 7y$	$y = 13 - 4x$	$x + 14 = 10y$
Lösung:	Lösung:	Lösung:
(−2; 1)	(3; 1)	(6; 2)

9 a) mögliche Lösungen:

$y = 2x - 4$	$y + x = 5$	$2y - x = 6$
$y = 4x - 14$	$2y - x = 4$	$3x - y = 17$
Lösung: (5; 6)	Lösung: (2; 3)	Lösung: (8; 7)

b) mögliche Lösung: $y = 4x - 1$
Wenn man das Schaubild der vorgegebenen Gleichung hat, kann man durch den gewünschten Schnittpunkt (1; 3) beliebig viele Geraden zeichnen, deren Gleichung das Gleichungssystem ergänzen kann.

10 rote Gerade: $y = 4x + 1$,
blaue Gerade: $y = 7x - 1$.
Rechnerische Lösung: $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}\right)$; zeichnerisch:



Seite 217

11 a) Keine Lösung. Die Geraden im Schaubild haben dieselbe Steigung, aber unterschiedliche Achsenabschnitte, sie sind also parallel. In der Rechnung fallen beim Gleichsetzen von y die Terme mit x weg; es bleibt eine unwahre Aussage stehen.
b) Unendlich viele Lösungen. Die Geraden im Schaubild fallen zusammen. In der Rechnung entsteht eine wahre Aussage, nämlich $0 = 0$.
c) Genau eine Lösung: (−1; 0). Die Geraden schneiden sich in genau einem Punkt, sie haben also unterschiedliche Steigungen. In der Rechnung ergibt sich ein Wert für x und ein Wert für y.

12 a) $y = 2x + 4$ b) $2y = 4x - 6$
c) Zeichnerische Begründung: Zwei Geraden können sich nicht in genau zwei Punkten schneiden. Wenn zwei Geraden zwei Punkte gemeinsam haben, dann sind sie identisch.
Rechnerische Begründung: Beim Lösen eines linearen Gleichungssystems gelangt man immer auf eine lineare Gleichung mit einer Variablen. Diese kann nicht zwei unterschiedliche Lösungen haben.

13 a) (2; 5) b) (4; 12)
c) (3; −1) d) (8; 0)
e) (−2; 6) f) (−3; −4)

14 Jede Gleichung eines Gleichungssystems kann als Gerade mit der Gleichung $y = mx + b$ aufgefasst werden. Sind die beiden Geradengleichungen identisch, so haben sie unendlich viele gemeinsame Punkte. Haben die Geraden einen gemeinsamen Punkt, so haben sie verschiedene Steigungen. Im Gleichungssystem ergibt sich eine Lösung. Wenn die Geraden die gleiche Steigung, aber einen unterschiedlichen Achsenabschnitt haben, so verlaufen sie parallel und haben keine gemeinsamen Punkte. Das Gleichungssystem hat keine Lösung, da z. B. beim Gleichsetzen die Terme mit x wegfallen und eine unwahre Aussage entsteht.

Methode: Lösen durch Einsetzen

- $5x + 3x = 8$, also $8x = 8$, damit ist $x = 1$;
  Lösung: (1; 3)
  $5y + 2y = 49$, also $7y = 49$, damit ist $y = 7$;
  Lösung: (35; 7)
  $3x + x + 1 = 11$, also $4x = 10$, damit ist $x = 2{,}5$;
  Lösung: (2,5; 3,5)
  $5y + 4 = 7 + 2y$, also $3y = 3$, damit ist $y = 1$;
  Lösung: (9; 1)
- (1; 2) (8; −1)
  (2; 2) (3; 1)
- Gemeinsam ist beiden Verfahren, dass Gleichungen nach einer Variablen aufgelöst werden müssen. Beim Einsetzungsverfahren muss zumeist nur eine Gleichung nach einer Variablen aufgelöst werden, beim Gleichsetzungsverfahren meistens beide.

8 Lösen durch Addieren Seite 218

Einstiegsaufgabe

→ $4x + 2y = 2y + 16$, also $4x = 16$, daher ist $x = 4$;
$y = 5 - 4 = 1$
Lösung: (4; 1)

→ Bei der Waage bedeutet dies, dass man die beiden grünen Kugeln wegnehmen kann, da auf beiden Seiten der Waage gleich viele liegen. Dies entspricht beim rechnerischen Weg der Subtraktion von 2y auf beiden Seiten.

Seite 219

1 a) (5; 3) b) (2; −2)
c) (3; 6) d) (2; 3)
e) (5; −2) f) (−2; −3)

2 a) (2; −1) b) (5; 3)
c) (8; 1) d) (4; 5)
e) (3; 3) f) (5; −1)

3 a) (2; 3) b) (5; 1)
c) (−4; 5) d) (3; −4)
e) (2; 5) f) (−1; 4)

4 Man legt beide Seiten der Waage zusammen und erhält, dass 1 Kugel und 3 Würfel genauso schwer sind wie 1 Kugel und 9 kg. Nimmt man auf beiden Seiten der Waage die Kugel weg, bleibt die Waage im Gleichgewicht. Somit wiegen 3 Würfel 9 kg. Ein Würfel wiegt
9 kg : 3 = 3 kg.

5 Erwachsene: x; Kinder: y
$2x + 2y = 28$
$x + 3y = 22$
Lösung: (10; 4)
a) 3 · 10 € + 4 · 4 € = 30 € + 16 € = 46 €
Drei Erwachsene mit vier Kindern müssen also 46 € zahlen.
b) individuelle Lösungen

6 a) Die beiden Geraden schneiden sich im Punkt $S(5\,|\,0)$.
b) Die beiden Geraden schneiden sich im Punkt $S(-2\,|\,-3)$.
c) Die beiden Geraden schneiden sich im Punkt $S\left(2\frac{2}{3}\,\middle|\,\frac{10}{3}\right)$.
d) Die beiden Geraden schneiden sich Punkt $S(4\,|\,12)$.
e) Die beiden Geraden schneiden sich nicht.
f) Die beiden Geraden schneiden sich nicht.

7 Das gleichschenklige Dreieck hat die Schenkel a, b und die Grundseite c, wobei a = b ist.
$2a + c = 27\,\text{cm}$; $a = 4 \cdot c$
Die Schenkel des Dreiecks sind a = b = 12 cm, die Grundseite ist c = 3 cm groß.

8 Das gleichschenklige Dreieck hat die Schenkel a, b und die Grundseite c, wobei a = b ist.
Es gilt: $2a + c = u$; $\frac{a}{c} = q$
a) a = 21 cm; c = 9 cm
b) a = 77 cm; c = 35 cm
c) a = 30 cm; c = 12 cm
d) a = 52 cm; c = 16 cm
e) a = 76 cm; c = 19 cm
f) a = 10 cm; c = 30 cm
g) a = 25 cm; c = 100 cm