

4 a) $x^2 + 8x + 16$ b) $4x^2 - 12x + 9$ c) $25x^2 - y^2$

5 a) $4x + 8y$ b) $36x^2 - 90xy$
 c) $9ac + 24c^2$ d) $156m - 144km$
 e) $140xy$ f) $5a - 126a^2$

6 a) $3x(6y + 7)$ b) $3a(3 + 4b - 6c)$
 c) $5k(7m - 1)$ d) $8x(2 + 3x - 4y)$
 e) $24x^2 - 12x + 132xy = 12x(2x - 1 + 11y)$
 f) $56a^2b + 48ab + 40ab^2 = 8ab(7a + 6 + 5b)$

1 Termumformungen | Rückspiegel, Seite 41

- 1 a) Länge einer Seite des Quadrats: x (in cm)
 $4x = 144$ cm
 Die Seitenlänge x beträgt 36 cm.
 b) gesuchte Zahl: x
 $(x - 7)(4 + 2,5) = 15x - 3$
 Die gesuchte Zahl x ist -5 .

 Definieren Sie zuerst, was die Variable x ist. Stellen Sie dann die Gleichung auf.

2 a) $2^8 = 256$ b) $(-3)^5 = -243$
 c) $3^3 = 27$ d) $(10)^{-4} = 0,0001$
 e) $2^{10} = 1024$ f) $(-3)^4 = 81$

3 a) $n = 13$ b) $n = 4$ c) $n = 6$ d) $n = 22$

4 a) $1,98766987 \cdot 10^8$ b) $1,000000001 \cdot 10^{10}$
 c) $6,7 \cdot 10^{-4}$ d) $1,00002 \cdot 10^{-7}$
 e) $5,1675 \cdot 10^7$ f) $7,8387 \cdot 10^{-19}$

5 a) 100 Milliarden Sterne
 b) $24 \text{ TB} = 24 \cdot 10^{12} \text{ B (Byte)}$
 $24 \cdot 10^{12} \cdot 2^{10} = 24 \cdot 10^{12} \cdot 1,024 \cdot 10^3 = 24,576 \cdot 10^{15} \text{ Bit}$
 c) $0,28 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 2,8 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
 d) $9,5 \cdot 10^{12} \text{ km} = 9,5 \cdot 10^{15} \text{ m} = 9,5 \text{ Pm}$

2 Gleichungen | Standpunkt, Seite 42

1 a) $0,85 < 2,08 < 2,85 < 5,82 < 8,05 < 8,25$
 b) $0,6 < 1,784 < 2,46 < 24,6 < 105,8$

2 a) 38,01 b) 13,66
 c) 412,775 d) 40,904
 e) 166,08 f) 171,51

3 a) 315,792 b) 6,54
 c) 1,1 d) 50,4
 e) 625,25 h) 499,2

4 a) $\frac{1}{3} < \frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{5}{6}$
 b) $\frac{1}{10000} < \frac{1}{1000} < \frac{1}{100} < \frac{1}{10}$

5 a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{3}{10}$
 c) $\frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$ d) $\frac{11}{20}$
 e) $1\frac{2}{3}$ f) $1\frac{2}{3}$

6 a) $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$ b) $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$
 c) $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ d) $\frac{20}{7} = 2\frac{6}{7}$
 e) $\frac{2}{15}$ f) $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

7 a) $4x$ b) $5y$
 c) $4n$ d) $-4x$

2 Gleichungen | Prüfungsvorbereitung, Seite 87

1 a) $\frac{5}{2x} - \frac{13}{x} = \frac{5}{2x} - \frac{26}{2x} = -\frac{21}{2x}$
 $x \neq 0$

b) $\frac{33}{11x} + \frac{7x^2}{11x} - \frac{33}{11x} + \frac{12x^2}{11x} = \frac{19x^2}{11x} = \frac{19x}{11}$
 $x \neq 0$

- 2 a) Sortieren durch Addieren bzw. Subtrahieren: alles mit x auf die eine Seite, alles ohne x auf die andere Seite. Dann die Gleichung durch die Zahl, die vor dem x steht, dividieren und damit die Gleichung auf ein x bringen. $x = -2$
 b) Klammern ausmultiplizieren, zusammenfassen, sortieren durch addieren bzw. subtrahieren, Gleichung auf $1x$ bringen. $x = 5$
 c) Klammern ausmultiplizieren, zusammenfassen, sortieren durch addieren bzw. subtrahieren, Gleichung auf $1x$ bringen. $x = 2$
 d) Klammern ausmultiplizieren, zusammenfassen, sortieren, Gleichung auf $1x$ bringen. $x = 0$
 e) Klammern ausmultiplizieren, zusammenfassen, sortieren, Gleichung auf $1x$ bringen. $x = \frac{5}{12} \approx 0,42$
 f) Klammern zuerst ausmultiplizieren.
 $(5x + 2)^2$ ergibt $25x^2 + 20x + 4$. Achtung, Minuszeichen vor zwei Klammern: am besten erst die beiden Klammern ausmultiplizieren, dann zusammenfassen und schließlich die Minusklammer Schritt für Schritt auflösen. $x = -\frac{1}{2}$

- 3 a) Gleichung zuerst mit dem Hauptnenner 12 multiplizieren und dann kürzen. Die Brüche kürzen sich die Brüche weg. $x = \frac{7}{2} = 3,5$
 b) Die ganze Gleichung mit dem Hauptnenner 6 multiplizieren (auch die Zahl 5,5), dadurch kürzen sich die Brüche weg, ausmultiplizieren und weiterrechnen wie üblich. $x = 13$
 c) Die Gleichung zuerst mit dem Hauptnenner 30 multiplizieren. $x = -7$
 d) Hauptnenner 4
 $3x - 16x + 16 = 5x + 20x + 54$
 $x = -1$
 e) $15(x - 2) - 10(x + 1) - 5x + 4x = -100$
 $x = -15$

- 4 Lösung durch Einsetzen von 1 für x:
 $1^2 - 3 \cdot 1(8 - 1) + (1 - 17) \cdot 2 \cdot 1 - (6 \cdot 1^2 - (1 + 57))$
 $= 1 - 21 - 32 + 52 = 0$
 Also ist $x = 1$ eine Lösung für die Gleichung.

- 5 a) Die Lösung $x = -1$ stimmt.
 $T_1 = -4(-7 + 12) = -4 \cdot 5 = -20$
 $T_2 = 5(-12 + 7) + 5 = 5 \cdot (-5) + 5 = -20$
 b) Für $x = 3$ einsetzen.
 $-4(7x + 12) = 5(12x + 7) + 5$
 $T_1 = -4(21 + 12) = -4 \cdot 33 = -132$
 $T_2 = 5(36 + 7) + 5 = 5 \cdot 43 + 5 = 220$
 Die beiden Seiten der Gleichung unterscheiden sich um 352. Veränderte Gleichung z.B.:
 $-4(7x + 12) = 5(12x + 7) + 5 - 352$

- 6 Selime, Lena und Marie-Claire haben angefangen, die Gleichung $2(5x + 15) = -5(x - 7)$ zu lösen.
 Selime: $10x + 15 = -5x - 7$
 Lena: $7x + 17 = -5x - 12$
 Marie-Claire: $10x + 30 = -5x + 35$
 a) Marie-Claire
 b) Selime hat die Klammern nicht beachtet.
 Lena hat nicht multipliziert, sondern addiert.
 c) $10x + 30 = -5x + 35$
 $x = \frac{1}{3}$

- 7 a) $2(3x + 8) - 6(x - \blacksquare) = 2(x + 20,5)$
 $-3 + 16 + 3 + 6 \cdot \blacksquare = -1 + 41$
 $16 + 6 \cdot \blacksquare = 40 \quad | -16 \quad | :6$
 $\blacksquare = 4; \mathbb{L} = \{4\}$

b) $2(3x + 8) - 6(x - \blacksquare) = 2(x + 20,5)$
 $6x + 16 - 6x + 6 \blacksquare = 2x + 41 \quad | -16$
 $6 \blacksquare = 2x + 25$
 $6 \cdot \left(\frac{1}{3}x + \frac{25}{6}\right) = 2x + 25$
 $\blacksquare = \frac{1}{3}x + \frac{25}{6}; \mathbb{L} = \mathbb{R}$

c) $6 \blacksquare = 2x + 25$
 $6 \cdot \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}\right) = 2x + 25$
 $2x + 1 = 2x + 25 \quad | -2x$
 $1 = 25$
 $\blacksquare = \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}; \mathbb{L} = \{ \}$

- 8 $(17 - 9 - 8) = 0$. Durch 0 darf nicht dividiert werden (siehe zweitletzte Zeile).

- 9 Sabrina hat richtig gerechnet. Es gibt keine Lösung.

- 10 Zuerst ausmultiplizieren, anschließend zusammenfassen und dann erst sortieren erspart einige Rechenschritte.
 $3(x - 4) + 2 - 5x = 8(5 + x) - 6x + 4 \quad | \text{ausmultiplizieren}$
 $3x - 12 + 2 - 5x = 40 + 8x - 6x + 4 \quad | \text{zusammenfassen}$
 $-2x - 10 = 44 + 2x \quad | -2x + 10$
 $-4x = 54 \quad | :(-4)$
 $x = -13,5$

2 Gleichungen | Prüfungsvorbereitung, Seite 88

- 11 a) Nein. Lotte hat nicht Recht. 0 ist eine Zahl.
 b) Nein. Man muss die Klammern beachten und ausmultiplizieren.
 c) Nein. Besser ist erst Klammern aufzulösen.
 d) Ja.
 e) Nein. Die Gleichung ist allgemeingültig. Jede Zahl kann für x eingesetzt werden.
 f) Ja. Es gibt keine Zahl, die für x eingesetzt werden kann, sodass die Gleichung stimmt.
 g) Ja.
 h) Nein. Es kann eine, keine oder unendlich viele Lösungen geben.

- 12 a) $u = 3x + 3(x + 2) + 3(x + 3) + (x + 2) + (x + 3 - x)$
 $u = 10x + 20$
 b) $A = x^2 + (x + 2)^2 + (x + 3)^2 + (x + 2)(x + 3)$
 $A = 4x^2 + 15x + 19$

- 13 a) $b = \frac{v}{a \cdot c}$
 b) $a = \frac{u}{2} - b$

14 Benzinkosten in € = $2 \cdot 28 \cdot 1,26 \cdot 6 : 100 = 4,23$
 x = Anzahl der Falschen
 $x \cdot (1,95 - 1,49) = 4,23$
 $x = 9,2$
 Herr Schillinger muss mindestens 10 Flaschen kaufen.

15 a) $x = 0$ oder $x = -5$ b) $x = 0$ oder $x = 8$

16 Die Gleichung mit dem Hauptnenner multiplizieren, kürzen, die Gleichung wie üblich lösen und überprüfen, ob die Lösungszahl vorkommen darf.

- a) Hauptnenner x ; $x \neq 0$; Lösung $x = 4$
- b) Hauptnenner $5x$; $x \neq 0$; Lösung $x = 5$
- c) Hauptnenner $2x$; $x \neq 0$; Lösung $x = -3$
- d) Hauptnenner $x(x+1)$; $x \neq 0$ und $x \neq -1$; Lösung

$$\frac{12}{x} - \frac{10,5}{x+1} = 0$$

$$\frac{12(x+1)}{x(x+1)} - \frac{10,5x}{x(x+1)} = 0 \quad | \cdot x(x+1)$$

$$12x + 12 - 10,5x = 0$$

$$x = -8$$

- e) Hauptnenner $x(x-2)$, $x \neq 0$ und $x \neq 2$;
 $8x + 4(x-2) = 16$
 $x = 2$

Die Zahl 2 darf aber nicht für x eingesetzt werden, daher gibt es keine Lösung.

- 17** a) Probe: $5^2 \cdot 5^2 = 5^4$
- b) Probe: $5^5 \cdot 5^5 = 5^{10}$
- c) Probe: $20a^3 \cdot 20a^3 = 400a^6$
- d) Probe: $7x^4 \cdot 7x^4 = 49x^8$
- e) $\frac{3x^2}{8} \cdot \frac{3x^2}{8} = \frac{9x^4}{64}$
- f) Vergleichen Sie: $3a + 5a = 8a$

18 Die Aufgabe kann sowohl per Hand als auch mit dem Taschenrechner gelöst werden.

$$\frac{\sqrt{4^2 - 7} - 8(-2+2)(-2-2)}{(-4)^2 - \sqrt{4^3 + 6^2}} = \frac{3-0}{16-10} = \frac{1}{2}$$

19 $3 \cdot \sqrt{\frac{4x^3y^2}{y^2x}} - \sqrt{\frac{9y}{x^3}} \cdot \sqrt{\frac{x^5}{y}}$

$$= 3 \cdot \sqrt{4x^2} - \sqrt{\frac{9x^5y}{x^3y}}$$

$$= 3 \cdot 2x - \sqrt{9x^2} = 6x - 3x = 3x$$

20 a) $\sqrt{\frac{15a^7 \cdot 12b^6}{4b^4 \cdot 5a^5}} = \sqrt{9a^2b^2} = 3ab$

b) $\sqrt{\frac{48y^7 \cdot 15x^5}{5x^3 \cdot 4y^5}} \cdot 2y^3 = \sqrt{36y^2x^2} \cdot 2y^3$
 $= 6xy \cdot 2y^3 = 12xy^4$

21 Für $x = 14$ nimmt der Term den Wert 182 an.

$$\sqrt{\frac{x}{64}} \cdot \sqrt{256x} + 11x$$

$$= \sqrt{\frac{x \cdot 256x}{64}} + 11x = \sqrt{4x^2} + 11x = 2x + 11x = 13x$$

$$13x = 182$$

$$x = 14$$

22 Manda hat Recht. Vergleichen Sie:

$$\sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} = 3 + 4 = 7,$$

aber $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5.$

2 Gleichungen | Prüfungsvorbereitung, Seite 89

23 $\sqrt{2x^2 - x^4 - 2x^2 - x^4 + x^6 + 2x^4} = \sqrt{x^6} = x^3$

24 a) $x = -\frac{1}{3}$
 b) $x = \frac{1}{2}$

25 Für 90 m^2 Wand werden $15,75 \text{ l}$ Farbe benötigt.

26 Anwenden des umgekehrten Dreisatzes.
 Zwischenergebnis: 1 Pumpe braucht 8 Stunden.
 Endergebnis: Es dauert 2 Stunden 40 Minuten, bis 3 Pumpen das Becken leerpumpen haben.

- 27** Niko braucht für seinen Geburtstag:
- 3,90 kg Kartoffeln
 - $3\frac{1}{4}$ Zwiebeln
 - 650 ml Gemüsebrühe
 - $19\frac{1}{2}$ EL Öl
 - $16\frac{1}{4}$ EL Weißweinessig
 - $6\frac{1}{2}$ TL Senf
 - $3\frac{1}{4}$ TL Zucker
 - Pfeffer
 - Salz
 - 1,63 Bund Schnittlauch, also etwa 1,5 Bund

28 Anwenden des Dreisatzes.

- a) Zwischenergebnis: 1 Erntehelfer kann in 10 Stunden etwa 1833 Kohlrabis ernten. Endergebnis: Am nächsten Tag können 16 Erntehelfer in zehn Stunden etwa 29 333 Kohlrabis ernten. Damit erhält man 1466 volle Kisten und eine nicht vollständig gefüllte Kiste
- b) 14 Erntehelfer können in neun Stunden 23 100 Kohlrabis schneiden und verpacken. Damit erhält man 1155 Kisten.

29 $W = 260 \text{ €} \cdot \frac{100 - 30}{100} = 182 \text{ €}$

Phileas muss 182 € für den Schreibtisch bezahlen, also reicht das Geld von den Großeltern.

30 $q = 1 - \frac{p}{100}$, also ist $q = 1 - \frac{40}{100} = 0,6$.

$G = \frac{W}{q}$, also ist $G = \frac{18 \text{ €}}{0,6} = 30 \text{ €}$.

Das T-Shirt hat ursprünglich 30 € gekostet.

31 x = ursprüngliches Gehalt in €;
 $x + 120 \text{ €}$ neues Gehalt;

4% Gehaltserhöhung, also $q = 1 + \frac{4}{100} = 1,04$.
 Damit gilt $(x + 120 \text{ €}) \cdot 1,04 = 3\,130,40 \text{ €}$.

$x = \frac{3\,130,40}{1,04} - 120 \text{ €} = 2\,890 \text{ €}$

Das ursprüngliche Gehalt betrug 2 890 €.

2 Gleichungen | Rückspiegel, Seite 94

1 a) 0,2 b) 1,2 c) $\frac{2}{3}$

2 a) 12 b) 21
 c) $15x$ d) $2x$

3 a) $6\sqrt{5}$ b) $4\sqrt{17} - 5\sqrt{19}$
 c) $15\sqrt{e}$ d) $-\sqrt{a} + \sqrt{b}$

4 a) 5 b) 12 c) $4x$
 d) 2 e) 4 f) $2x$

5 a) $x = 2,5$ b) $x = 4$

6 a) $x = -10$ b) $x = -4$ c) $x = 0,25$

7 a) Länge einer Seite des Quadrats: x (in cm)
 $4x = 144 \text{ cm}$
 Die Seitenlänge beträgt 36 cm.
 b) gesuchte Zahl: x
 $(x - 7)(4 + 2,5) = 15x - 3$
 Die gesuchte Zahl ist -5 .

 Definieren Sie zuerst, was die Variable x ist. Stellen Sie dann die Gleichung auf.

8 a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, $L = \{3\}$ b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$, $L = \{8\}$

9 $a = \frac{4}{2} - b$; $a = 22 \text{ cm}$

2 Gleichungen | Rückspiegel, Seite 95

1	Grundwert	Prozentwert	Prozentsatz
	520 €	56 €	10,77%
	48,5 m	60,625 m	125%
	46,05 kg	17,5 kg	38%

- 2 a) $0,65 \cdot 298 \text{ €} = 193,70 \text{ €}$
 Der neue Preis für den Mantel beträgt 193,70 €.
 b) 80% des ursprünglichen Preises (des Preises ohne Rabatt) sind 720 €. $720 \text{ €} : 0,8 = 900 \text{ €}$
 Der Preis ohne Rabatt betrug 900 €.
 c) 5% des ursprünglichen Preises entsprechen 12,50 €. $12,50 \text{ €} : 0,05 = 250 \text{ €}$. $250 \text{ €} - 12,50 \text{ €} = 237,50 \text{ €}$
 Marina musste 237,50 € für das Zelt bezahlen.

 Was wird jeweils gesucht? Beachten Sie:
 ursprünglicher Preis = neuer Preis + Rabatt.

- 3 a) Das Geld wird 57 Tage verzinst.
 $5\,750 \text{ €} \cdot \frac{2,5}{100} \cdot \frac{57}{360} = 22,76 \text{ €}$
 Die Zinsen betragen 22,76 €.
 b) Je nachdem, ob das Jahr ein Schaltjahr ist oder nicht, rechnet man mit 179 Tagen oder mit 180 Tagen, da der 29. Februar in diesem Zeitraum liegen kann.
 $9\,000 \text{ €} \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{179}{360} = 93,45 \text{ €}$, d.h. $p \approx 2,09\%$ oder
 $9\,000 \text{ €} \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{180}{360} = 93,45 \text{ €}$, d.h. $p \approx 2,08\%$.
 Der Zinssatz beträgt in beiden Fällen etwa 2,1%.
 c) $3\,663,71 \text{ €} - 3\,650,00 \text{ €} = 13,71 \text{ €}$ (Zinsen)
 $3\,650,00 \text{ €} \cdot \frac{1,3}{100} \cdot \frac{t}{360} = 13,71 \text{ €}$
 $t = 104$. Das Geld wird 104 Tage verzinst.
 104 Tage vor dem 17. Dezember liegt der 4. September, d.h. der Betrag wurde am 4. September eingezahlt.

 Beim Zinszeitraum zählt nur der erste oder der letzte Tag, aber nicht beide Tage und für das Jahr wird mit 360 Tagen gerechnet.

- 4 a) $t = 214$ Tage, $Z = 31,66 \text{ €}$
 Es werden 3 031,66 € ausbezahlt.
 b) $t = 91$ Tage
 Das Kapital wird 91 Tage verzinst.
 Es wird jeweils mit 365 Tagen gerechnet.