12 a) Wenn weder die Basen noch die Exponenten gleich sind, können die Potenzen nicht zusammengefasst werden.
b) Potenzen mit gleicher Basis können nur bei der Multiplikation oder der Division zusammengefasst werden, nicht bei der Subtraktion.
c) x ist gleichbedeutend mit x^1. Also bleibt die Basis x und die Exponenten 3 und 1 müssen subtrahiert werden: $x^{3-1} = x^2$
d) Die Exponenten müssen addiert, nicht multipliziert werden: $3^{2+4} = 3^6$
e) Die Exponenten müssen multipliziert werden: $a^{3 \cdot 5} = a^{15}$

13 a) Die Basen 5 und −5 sind nicht gleich, also ≠ einsetzen.
b) Das Potenzgesetz wurde richtig angewendet, also = einsetzen.
c) $a^{13+4-7} \cdot b^{x+2} = a^{10} \cdot b^{x+2}$, also ≠ einsetzen.
d) $8^{14+(2\cdot7)+1-(7\cdot2)} = 8^{15}$, also ≠ einsetzen.
e) $x^{4+3m+2m+5-4m} = x^{9+m}$, also ≠ einsetzen.

10 Potenzgesetze – gleiche Exponenten Seite 27

Einstiegsaufgabe
→ links: $(3 \cdot 3) \cdot (4 \cdot 4)$ Quadrate
rechts: $3^2 \cdot 2^2$ Quadrate
→ links: $3^2 \cdot 4^2 = 144$; $(12)^2 = 144$
rechts: $(3 \cdot 2)^2 = 36$; $6^2 = 36$.

Seite 28

1 a) $10^3 = 1000$ b) $100^4 = 1\,000\,000$
c) $6^2 = 36$ d) $10^3 = 1000$
e) $(-100)^5 = -10\,000\,000\,000$
f) $5^4 = 625$ g) $2^6 = 64$
h) $3^4 = 81$

2 a) $(16\,384 : 8192)^{25} = 2^{25}$
b) $(370\,368 : 123\,456)^{20} = 3^{20}$
c) $(28\,572 : 9524)^{30} = 3^{30}$
d) $(55\,555 : 11\,111)^{55} = 5^{55}$

3 a) $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
$3^2 \cdot 4^2 = (3 \cdot 4)^2 = 12^2 = 144$
b) $2^4 + 5^4 = 16 + 625 = 641$
$2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 5)^4 = 10^4 = 10\,000$
c) $3^2 + 10^2 = 9 + 100 = 109$
$3^2 \cdot 10^2 = (3 \cdot 10)^2 = 30^2 = 900$

4 a) 2000 b) 200 c) 864
d) 32 000 e) 20 000 f) 22 500

5 a) $2^5 = 32$ b) $3^3 = 27$
c) $(-2)^6 = 64$ d) $(-5)^3 = -125$
e) $12^4 = 20\,736$ f) $-\left(\frac{1}{4}\right)^7 = -\left(\frac{1}{16\,384}\right)$

6 a) $100^3 = 1\,000\,000$ b) 1
c) 1 d) $3^2 = 9$
e) $(-2)^6 = 64$ f) $3^4 = 81$

7 a) $(xy)^2$ b) $(ab)^5$ c) $(2z)^3$
d) $(10x)^4$ e) $(0{,}5y)^6$ f) $\left(\frac{c}{d}\right)^5$
g) $\left(\frac{x}{y}\right)^{10}$ h) $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ i) 4^4

8 a) $144a^4$ b) $6{,}25x^4$
c) 0 d) $\frac{x^6}{225}$
e) $9 + 6a + a^2$ f) $4x^4 + 40x^2 + 100$

9 a) 6^m b) 15^n
c) 12^{2n} d) $0{,}5^{n+1}$
e) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-3}$ f) 2^{2x-1}

10 a) $(ab)^{n+1}$ b) $\left(\frac{3}{8}\right)^y$
c) $(s^2 + s)^{n+2}$ d) 6^{n+1}
e) $(x^2 - 1)^n$ f) $(x + 3)^n$

11 a) $(-2a^3)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}a^2\right)^4$
$= \left(-2a^3 \cdot \frac{1}{2}a^2\right)^4$
$= (-a^5)^4 = a^{20}$, also = einsetzen.
b) Die Potenzen mit gleichen Exponenten können nur bei der Multiplikation oder der Division zusammengefasst werden. Da die Potenzen addiert werden, gilt jeweils:
linke Seite: $(3x)^3 + (6x)^3 = 3^3 \cdot x^3 + 6^3 \cdot x^3$
$= 27x^3 + 216x^3 = 243x^3$
rechte Seite: $(18x)^3 = 18^3 \cdot x^3 = 5832x^3$
Also muss ≠ eingesetzt werden.
c) $(5y^4)^2 : \left(\frac{y}{5}\right)^2$
$= \left(5y^4 \cdot \frac{5}{y}\right)^2$
$= (25y^3)^2$
$= 625y^6$, also ≠ einsetzen
d) Die Basen werden miteinander multipliziert und der gemeinsame Exponent bleibt. Auf der rechten Seite ist zwar die Basis richtig, der Exponent aber ein anderer, also ≠ einsetzen.

12 a) Es gibt insgesamt 3^3 rote Teilwürfel, jeder rote Teilwürfel besteht aus 3^3 kleinen Würfeln. Also gibt es insgesamt $3^3 \cdot 3^3 = 9^3 = 729$ kleine Würfel.
b) $a^3 \cdot b^3 = (ab)^3$, somit ist das Produkt zweier Kubikzahlen wieder eine Kubikzahl mit dem Produkt der Basen als Basis.

13 a) Es gibt insgesamt 2^3 rote Teilkörper, jeder dieser Teilkörper besteht aus $2 \cdot 3 \cdot 4$ kleinen Würfeln. Also gibt es insgesamt
$2^3 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 4) = 2^4 \cdot 3 \cdot 4 = 192$ kleine Würfel.
b) individuelle Lösungen

11 Potenzen mit negativen Exponenten Seite 29

Einstiegsaufgabe

→ $1 = 3^0$; $\frac{1}{3} = 3^{-1}$; $\frac{1}{9} = 3^{-2}$, …

→ 3^{-4} ist die Zahl, die entsteht, wenn man 1 durch 3^4 dividiert, bzw. die Zahl, die man erhält, wenn man die Dreierreihe nach der 1 noch vier Schritte weiterführt und somit die 1 noch viermal durch 3 dividiert.

→ $\frac{2^1}{2^3} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$
$\frac{2^{-2}}{2^3} = 2^{-5} = \frac{1}{32}$

→ $\frac{2^{-65}}{2^3} = 2^{-68}$.

→ individuelle Lösungen

→ 10^0 ist der Wert, den man erhält, wenn man 10^1 durch 10 dividiert, also 1.

1 a) $\frac{1}{2^3}$ b) $\frac{1}{2^4}$ c) $\frac{1}{5^2}$
d) 1^8 e) $\frac{1}{1{,}5^2}$ f) $\frac{1}{0{,}05^4}$
g) $\frac{1}{5^2}$ h) $\frac{1}{(-6)^5}$ i) $\frac{1}{a^{10}}$

2 a) 2^{-5} b) 5^{-3} c) 7^{-9} d) $\frac{1}{b^{10}}$

3 a) $\frac{1}{64}$ b) $\frac{1}{81}$ c) $\frac{1}{64}$ d) $\frac{1}{0{,}008}$
e) 1 f) $\frac{1}{121}$ g) $\frac{1}{x^{10}}$ h) $\frac{1}{0{,}25}$

4

n	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
a)	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
b)	59 049	19 683	6561	2187	729	243	81	27	9	3	1
c)	1^{-10}	1^{-9}	1^{-8}	1^{-7}	1^{-6}	1^{-5}	1^{-4}	1^{-3}	0,01	0,1	1
d)	59 049	−19 683	6561	−2187	729	−243	81	−27	9	−3	1
e)	1^{-20}	-1^{-18}	1^{-16}	-1^{-14}	1^{-12}	-1^{-10}	1^{-8}	-1^{-6}	1^{-4}	−0,01	1
f)	1	−1	1	−1	1	−1	1	−1	1	−1	1

n	−1	−2	−3	−4	−5	−6	−7	−8	−9	−10
a)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{512}$	$\frac{1}{1024}$
b)	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{243}$	$\frac{1}{729}$	$\frac{1}{2187}$	$\frac{1}{6561}$	$\frac{1}{19\,683}$	$\frac{1}{59\,049}$
c)	10	100	1000	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}
d)	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$	$-\frac{1}{243}$	$\frac{1}{729}$	$-\frac{1}{2187}$	$\frac{1}{6561}$	$-\frac{1}{19\,683}$	$\frac{1}{59\,049}$
e)	−100	10^4	-10^6	10^8	-10^{10}	10^{12}	-10^{14}	10^{16}	-10^{18}	10^{20}
f)	−1	1	−1	1	−1	1	−1	1	−1	1

Seite 30

5 $\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^{5-3} = 2^2 = 4$

$\frac{2^4}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^{4-3} = 2^1 = 2$

$\frac{2^3}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^{3-3} = 2^0 = 1$

$\frac{2^2}{2^3} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^{2-3} = 2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$

$\frac{2^1}{2^3} = \frac{2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^{1-3} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

6 a) $-3^2 < -2^3 = (-2)^3 < 3^{-3} < 2^{-3} < 2^3 < 3^2 = (-3)^2$
b) $-3^4 < (-4)^3 < (-4)^{-3} < (-3)^{-4} = 3^{-4}$

7 a) 0,000 625 b) 0,031 25 c) 0,000 003 332
d) 5,359 375 e) 1,265 625 f) 7776

8 a) $2^{-3} \cdot (5^{-2} + 3^{-4}) \approx 0{,}006\,54$
b) $4^{-3} \cdot (5^{-1} + 5^2) = 0{,}393\,75$
c) $7^{-2} \cdot (9^{-2} + 12^{-2}) \approx 0{,}000\,39$
d) $11^{-3} \cdot (3^5 - 5^3) \approx 0{,}8866$

9 a) $\frac{1}{x^5}$; $\frac{1}{x^{10}}$; $\frac{1}{y^4}$; $\frac{1}{z^{100}}$; $\frac{1}{x}$
b) x^{-3}; x^{-7}; y^{-6}; z^{-10}

10 $2^{20} = 1\,048\,576$ und $2^{20} + 2^{-20} = 1\,048\,576$.
Das Taschenrechner-Ergebnis ist dasselbe, da $2^{-20} = 0{,}000\,000\,954$ im Vergleich zu 2^{20} eine so kleine Zahl ist, dass sie bei der Summenbildung vom Taschenrechner nicht berücksichtigt wird.

Methode: Noch mehr Potenzgesetze

- Es gilt: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 2^4$; $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 5^3$ und $\left(\frac{1}{7}\right)^{-4} = 7^4$.
  Weitere mögliche Beispiele: $\left(\frac{1}{3}\right)^{-6} = 3^6$ oder $\left(\frac{1}{8}\right)^{-5} = 8^5$.
- Es gilt: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4$. Weitere mögliche Beispiele: $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{4}\right)^3$ oder $\left(\frac{7}{8}\right)^{-9} = \left(\frac{8}{7}\right)^9$.