12 a) Es gibt insgesamt 3^3 rote Teilwürfel, jeder rote Teilwürfel besteht aus 3^3 kleinen Würfeln. Also gibt es insgesamt $3^3 \cdot 3^3 = 9^3 = 729$ kleine Würfel.
b) $a^3 \cdot b^3 = (ab)^3$, somit ist das Produkt zweier Kubikzahlen wieder eine Kubikzahl mit dem Produkt der Basen als Basis.

13 a) Es gibt insgesamt 2^3 rote Teilkörper, jeder dieser Teilkörper besteht aus $2 \cdot 3 \cdot 4$ kleinen Würfeln. Also gibt es insgesamt
$2^3 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 4) = 2^4 \cdot 3 \cdot 4 = 192$ kleine Würfel.
b) individuelle Lösungen

11 Potenzen mit negativen Exponenten — Seite 29

Einstiegsaufgabe

→ $1 = 3^0$; $\frac{1}{3} = 3^{-1}$; $\frac{1}{9} = 3^{-2}$, …

→ 3^{-4} ist die Zahl, die entsteht, wenn man 1 durch 3^4 dividiert, bzw. die Zahl, die man erhält, wenn man die Dreierreihe nach der 1 noch vier Schritte weiterführt und somit die 1 noch viermal durch 3 dividiert.

→ $\frac{2^1}{2^3} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$
$\frac{2^{-2}}{2^3} = 2^{-5} = \frac{1}{32}$

→ $\frac{2^{-65}}{2^3} = 2^{-68}$.

→ individuelle Lösungen

→ 10^0 ist der Wert, den man erhält, wenn man 10^1 durch 10 dividiert, also 1.

1 a) $\frac{1}{2^3}$ b) $\frac{1}{2^4}$ c) $\frac{1}{5^2}$
d) 1^8 e) $\frac{1}{1{,}5^2}$ f) $\frac{1}{0{,}05^4}$
g) $\frac{1}{5^2}$ h) $\frac{1}{(-6)^5}$ i) $\frac{1}{a^{10}}$

2 a) 2^{-5} b) 5^{-3} c) 7^{-9} d) $\frac{1}{b^{10}}$

3 a) $\frac{1}{64}$ b) $\frac{1}{81}$ c) $\frac{1}{64}$ d) $\frac{1}{0{,}008}$
e) 1 f) $\frac{1}{121}$ g) $\frac{1}{x^{10}}$ h) $\frac{1}{0{,}25}$

4

n	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
a)	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
b)	59 049	19 683	6561	2187	729	243	81	27	9	3	1
c)	1^{-10}	1^{-9}	1^{-8}	1^{-7}	1^{-6}	1^{-5}	1^{-4}	1^{-3}	0,01	0,1	1
d)	59 049	−19 683	6561	−2187	729	−243	81	−27	9	−3	1
e)	1^{-20}	-1^{-18}	1^{-16}	-1^{-14}	1^{-12}	-1^{-10}	1^{-8}	-1^{-6}	1^{-4}	−0,01	1
f)	1	−1	1	−1	1	−1	1	−1	1	−1	1

n	−1	−2	−3	−4	−5	−6	−7	−8	−9	−10
a)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{512}$	$\frac{1}{1024}$
b)	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{243}$	$\frac{1}{729}$	$\frac{1}{2187}$	$\frac{1}{6561}$	$\frac{1}{19\,683}$	$\frac{1}{59\,049}$
c)	10	100	1000	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}
d)	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$	$-\frac{1}{243}$	$\frac{1}{729}$	$-\frac{1}{2187}$	$\frac{1}{6561}$	$-\frac{1}{19\,683}$	$\frac{1}{59\,049}$
e)	−100	10^4	-10^6	10^8	-10^{10}	10^{12}	-10^{14}	10^{16}	-10^{18}	10^{20}
f)	−1	1	−1	1	−1	1	−1	1	−1	1

Seite 30

5 $\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^{5-3} = 2^2 = 4$

$\frac{2^4}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^{4-3} = 2^1 = 2$

$\frac{2^3}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^{3-3} = 2^0 = 1$

$\frac{2^2}{2^3} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^{2-3} = 2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$

$\frac{2^1}{2^3} = \frac{2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^{1-3} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

6 a) $-3^2 < -2^3 = (-2)^3 < 3^{-3} < 2^{-3} < 2^3 < 3^2 = (-3)^2$
b) $-3^4 < (-4)^3 < (-4)^{-3} < (-3)^{-4} = 3^{-4}$

7 a) 0,000 625 b) 0,031 25 c) 0,000 003 332
d) 5,359 375 e) 1,265 625 f) 7776

8 a) $2^{-3} \cdot (5^{-2} + 3^{-4}) \approx 0{,}006\,54$
b) $4^{-3} \cdot (5^{-1} + 5^2) = 0{,}393\,75$
c) $7^{-2} \cdot (9^{-2} + 12^{-2}) \approx 0{,}000\,39$
d) $11^{-3} \cdot (3^5 - 5^3) \approx 0{,}8866$

9 a) $\frac{1}{x^5}$; $\frac{1}{x^{10}}$; $\frac{1}{y^4}$; $\frac{1}{z^{100}}$; $\frac{1}{x}$
b) x^{-3}; x^{-7}; y^{-6}; z^{-10}

10 $2^{20} = 1\,048\,576$ und $2^{20} + 2^{-20} = 1\,048\,576$.
Das Taschenrechner-Ergebnis ist dasselbe, da $2^{-20} = 0{,}000\,000\,954$ im Vergleich zu 2^{20} eine so kleine Zahl ist, dass sie bei der Summenbildung vom Taschenrechner nicht berücksichtigt wird.

Methode: Noch mehr Potenzgesetze

- Es gilt: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 2^4$; $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 5^3$ und $\left(\frac{1}{7}\right)^{-4} = 7^4$.
  Weitere mögliche Beispiele: $\left(\frac{1}{3}\right)^{-6} = 3^6$ oder $\left(\frac{1}{8}\right)^{-5} = 8^5$.
- Es gilt: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4$. Weitere mögliche Beispiele: $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{4}\right)^3$ oder $\left(\frac{7}{8}\right)^{-9} = \left(\frac{8}{7}\right)^9$.

- Ein Bruch mit negativen Potenzen hat denselben Wert wie der entsprechende Kehrbruch mit der entsprechenden positiven Potenz. Das heißt, man kann einen Bruch mit negativer Potenz umwandeln, indem man den Kehrbruch mit positiver Potenz bildet.
- 2; 25; 8; 9; $\frac{5}{2}$; $\frac{9}{100}$
- Jana verwendet, dass $\left(\frac{1}{2}\right)^{-20} = 2^{20}$ ist.
- $6^5 \cdot 6^{-7} = 6^{-2}$; $6^{-5} \cdot 6^{-7} = 6^{-12}$. Vermutung: Die Exponenten werden einfach addiert.
- $5^3 \cdot 5^{-4} = 5^{3+(-4)} = 5^{3-4} = 5^{-1}$ und $5^{-3} \cdot 5^{-4} = 5^{-3+(-4)} = 5^{-3-4} = 5^{-7}$.
- a) $2^2 = 4$; $2^{-2} = 0{,}25$; $2^{-8} = 0{,}003\,906\,25$
  $2^{-13} = 0{,}000\,122\,07$
  b) $5^{-7} = 0{,}000\,012\,8$; $4^{-2} = 0{,}0625$
  $25^{-5} = 0{,}000\,000\,102$; $125^{-1} = 0{,}008$

12 Normdarstellung – Zehnerpotenzschreibweise Seite 31

Einstiegsaufgabe

→ 2; 4; 16; 256; 65 536; 4 294 967 296; $1{,}844\,674\,407 \cdot 10^{19}$; $3{,}402\,823\,669 \cdot 10^{38}$; $1{,}157\,920\,892 \cdot 10^{77}$. Die nächste Quadratzahl schafft der Taschenrechner nicht mehr, d.h. er schafft acht Schritte für die Zweierkette.
0,5; 0,25; 0,0625; 0,003 906 25; 0,000 015 259; $2{,}328\,306\,437 \cdot 10^{-10}$; $5{,}421\,010\,862 \cdot 10^{-20}$; $2{,}938\,735\,877 \cdot 10^{-39}$; $8{,}636\,168\,555 \cdot 10^{-78}$.
Danach zeigt der Taschenrechner nur noch die Null an, d.h. er schafft acht Schritte.

→ 1 Million wird nach fünf Schritten überschritten, ebenso die Milliarde. Die Billion und die Billiarde werden nach sechs Schritten überschritten.

→ Mögliche Lösung: 1,5 und 0,8.

Seite 32

1 a) $7{,}894\,61 \cdot 10^2$ b) $8{,}823\,612\,4 \cdot 10^4$
c) $7{,}65 \cdot 10^8$ d) $6{,}000\,023\,4 \cdot 10^3$
e) $6{,}8 \cdot 10^{-5}$ f) $1{,}0001 \cdot 10^{-4}$
g) $1{,}002\,003 \cdot 10^{-2}$ h) $9{,}008\,007\,006 \cdot 10^{11}$

2 Die Taschenrechnerdarstellung hängt vom Taschenrechnermodell ab.
a) $9{,}008 \cdot 10^{11}$ b) $7 \cdot 10^{12}$
c) $6 \cdot 10^{-12}$ d) $1{,}234 \cdot 10^{13}$

3 a) 9800 b) 758 000
c) 19 670 000 d) 0,000 019 67
e) 0,006 75 f) 0,000 818 181
g) 5,1 h) 0,000 000 051

4 a) 1 000 000; 10 000 000 000; 0,000 000 01; 0,000 000 000 001; 0,1; 10
b) 10^5; 10^{-2}; 10^{-7}; 10^7

5 a) $7{,}609 \cdot 10^4$ b) $5{,}518\,79 \cdot 10^7$
c) $1{,}234\,567\,89 \cdot 10^9$ d) $6{,}878 \cdot 10^1$
e) $4{,}456\,98 \cdot 10^{-1}$ f) $6{,}878 \cdot 10^4$
g) $1{,}234\,567\,89 \cdot 10^{12}$ h) $6{,}878 \cdot 10^7$
i) $1{,}25 \cdot 10^{-3}$ j) $5{,}604 \cdot 10^{-2}$
k) $9{,}476\,788\,6 \cdot 10^{-1}$ l) $8{,}761 \cdot 10^{-6}$

6 a) $0{,}000\,000\,1 \cdot 10^6 < 70\,000\,000 \cdot 10^{-8} < 0{,}000\,008 \cdot 10^5 < 90 \cdot 10^{-2} < 110\,000 \cdot 10^{-5} < 120\,000\,000 \cdot 10^{-8}$
b) $1\,234\,000 \cdot 10^{-8} < 1{,}234 \cdot 10^0 < 0{,}1234 \cdot 10^2 < 1{,}234 \cdot 10^2 < 123{,}4 \cdot 10^1 < 0{,}000\,123\,4 \cdot 10^9$

7 a) $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$
$3 \cdot 10^4 = 3 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 300\,000$
b) $2{,}5^5 = 2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}5 = 97{,}656\,25$
$2{,}5 \cdot 10^5 = 2{,}5 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 250\,000$
c) $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16} = 0{,}062\,5$
$4 \cdot 10^{-2} = 4 \cdot \frac{1}{10^2} = 4 \cdot \frac{1}{100} = 0{,}04$

8 a) Das Ergebnis muss mehr Nachkommastellen haben (12 Nachkommastellen insgesamt).
b) $1{,}2^2$ hat 2 Nachkommastellen.
$1{,}2^3$ hat 3 Nachkommastellen.
…
$1{,}2^{10}$ hat 10 Nachkommastellen.
…
$1{,}2^n$ hat n Nachkommastellen.

9 a) $1{,}900\,496\,377 \cdot 10^{22}$ b) $7{,}942\,800\,466 \cdot 10^{11}$
c) 0,000 000 497 d) $2{,}799\,36 \cdot 10^{-44}$
e) $9{,}538\,899\,256 \cdot 10^{-10}$ f) 0,000 000 004
g) 0,000 044 407 h) $9{,}052\,463\,244 \cdot 10^{-12}$
i) $0{,}000\,000\,000\,000\,01 = 1 \cdot 10^{-14}$

10 a) $2{,}592\,525 \cdot 10^{-13}$ b) $1{,}219\,326\,311 \cdot 10^{29}$
c) 122,989 903 3 d) 761,328
e) $1{,}9 \cdot 10^{-20}$
Genaue Ergebnisse haben die Teilaufgaben d) und e).

11 a) $(3{,}5 + 6{,}5) \cdot 10^7 = 10^8$
b) $(8{,}7 + 1{,}3 - 0{,}1) \cdot 10^4 = 99\,000$
c) $(45 + 55) \cdot 10^3 = 10^5$
d) $(2{,}7 + 7{,}3) \cdot 10^{-4} = 10^{-3}$
e) $(6{,}9 - 1{,}9 + 5) \cdot 10^{-3} = 10^{-2}$
f) $(36 + 64) \cdot 10^{-7} = 10^{-5}$
g) $0{,}14 + 0{,}86 = 1$