c) Die Oberfläche des Würfelkörpers mit zehn Würfeln besteht aus 42 Quadraten. Der Flächeninhalt eines Quadrates beträgt
$16\,800\,cm^2 : 42 = 400\,cm^2$, die Seitenlänge eines Quadrats beträgt 20 cm.

10 a) Die Fläche des Rechtecks beträgt
$A = a \cdot b = 18\,m \cdot 8\,m = 144\,m^2$.
Ein Quadrat mit gleicher Fläche hat die Seitenlänge 12 m.
b) 15 m c) 8 m d) 1,2 m

11 a) Der Körper besteht aus fünf Würfeln mit 22 quadratischen Seiten.
$137{,}5\,m^2 : 22 = 6{,}25\,m^2$
Die Seitenfläche eines Quadrats beträgt 2,5 m.
$2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}5\,m^3 = 15{,}625\,m^3$.
Ein Würfel hat ein Volumen von $15{,}625\,m^3$.
$5 \cdot 15{,}625\,m^3 = 78{,}125\,m^3$.
Der Würfelkörper mit fünf Körpern hat ein Volumen von $78{,}125\,m^3$.
b) Der Körper besteht aus zehn Würfeln mit 42 quadratischen Seiten.
$94{,}5\,cm^2 : 42 = 2{,}25\,cm^2$
Die Seitenfläche eines Quadrats beträgt 1,5 m.
$1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5\,cm^3 = 3{,}375\,cm^3$.
Ein Würfel hat ein Volumen von $3{,}375\,cm^3$.
$10 \cdot 3{,}375\,cm^3 = 33{,}750\,cm^3$.
Der Würfelkörper mit fünf Körpern hat ein Volumen von $33{,}750\,m^3$.

12 a) $\sqrt{121} = 11$ b) $\sqrt{324} = 18$
c) $\sqrt{289} = 17$ d) $\sqrt{576} = 24$
e) $\sqrt{625} = 25$
f) Es gibt drei verschiedene Lösungen
$\sqrt{121} = 11$; $\sqrt{441} = 21$ und $\sqrt{961} = 31$.

13 Natascha könnte die letzte Ziffer der Radikanden betrachten. Da es keine Quadratzahl gibt, die auf 2, 3, 7 oder 8 endet, können die 1., die 3., die 4. und 5. Quadratwurzel keine natürliche Zahl sein.

14 a) Diese Rechnung ist falsch. Wird eine Dezimalzahl mit einer Nachkommastelle quadriert, so hat das Quadrat zwei Nachkommastellen.
b) Diese Rechnung ist falsch. Das Quadrat einer zweistelligen Zahl ist stets vierstellig.
c) Diese Rechnung ist falsch. Das Quadrat einer zweistelligen Zahl ist stets vierstellig.
d) Diese Rechnung stimmt.
e) Diese Rechnung ist falsch. Wird eine Dezimalzahl mit einer Nachkommastelle quadriert, so hat das Quadrat zwei Nachkommastellen.
f) Diese Rechnung stimmt.

3 Bestimmen von Quadratwurzeln — Seite 48

Einstiegsaufgabe
→ Der Flächeninhalt des neuen Quadrats ist gleich der Summe der Flächeninhalte der beiden Ursprungsquadrate: $A = 50\,cm^2$.
→ Da die ursprünglichen Quadrate einen Flächeninhalt haben, der eine Quadratzahl ist, kann man die Seitenlänge genau bestimmen: $a = 5\,cm$. Der Flächeninhalt des neuen Quadrats ist hingegen keine Quadratzahl.
→ Seitenlänge des großen Quadrats ist
$a = \sqrt{50\,cm^2} \approx 7{,}1\,cm$.

Seite 49

1 a) Näherung: $\sqrt{20} = 4{,}472\,135\,95\ldots$
b) $\sqrt{144} = 12$
c) Näherung: $\sqrt{80} = 8{,}944\,271\,91\ldots$
d) Näherung: $\sqrt{4{,}5} = 2{,}121\,320\,344\ldots$
e) $\sqrt{6{,}25} = 2{,}5$
f) $\sqrt{10{,}24} = 3{,}2$
g) Näherung: $\sqrt{0{,}4} = 0{,}632\,455\,532\ldots$
h) $\sqrt{0{,}09} = 0{,}3$
i) Näherung: $\sqrt{0{,}081} = 0{,}284\,604\,989\ldots$

Es besteht die Möglichkeit, die Anzahl der Stellen, die angezeigt werden soll, im Taschenrechner einzustellen.

2 a) $4 < \sqrt{20} < 5$, da $4^2 < 20 < 5^2$
b) $7 < \sqrt{50} < 8$, da $7^2 < 50 < 8^2$
c) $8 < \sqrt{70} < 9$, da $8^2 < 70 < 9^2$
d) $10 < \sqrt{120} < 11$, da $10^2 < 120 < 11^2$
e) $13 < \sqrt{190} < 14$, da $13^2 < 190 < 14^2$
f) $18 < \sqrt{350} < 19$, da $18^2 < 350 < 19^2$
g) $22 < \sqrt{500} < 23$, da $22^2 < 500 < 23^2$
h) $26 < \sqrt{700} < 27$, da $26^2 < 700 < 27^2$
i) $28 < \sqrt{800} < 29$, da $28^2 < 800 < 29^2$
j) $28 < \sqrt{787} < 29$, da $28^2 < 787 < 29^2$
k) $28 < \sqrt{810} < 29$, da $28^2 < 810 < 29^2$
l) $15 < \sqrt{230} < 16$, da $15^2 < 230 < 16^2$

3 a) $7 < \sqrt{55} < 8$
b) $6 < \sqrt{40} < 7$, weitere Lösungen:
alle Zahlen von 40 bis 48
c) $12 < \sqrt{148} < 13$, weitere Lösungen: 158, 168
d) $13 < \sqrt{177} < 14$, weitere Lösungen: 187
e) $14 < \sqrt{222} < 15$, weitere Lösung: 212
f) $15 < \sqrt{226} < 16$; weitere Lösungen:
alle Zahlen von 227 bis 255
g) $16 < \sqrt{270} < 17$; weitere Lösungen:
alle Zahlen von 271 bis 279
h) $17 < \sqrt{300} < 18$; weitere Lösungen:
alle Zahlen von 301 bis 323

4 20,1494… gehört zu $\sqrt{406}$;
21,7485… gehört zu $\sqrt{473}$;
23,7697… gehört zu $\sqrt{565}$;
27,3130… gehört zu $\sqrt{746}$;
217,9449… gehört zu $\sqrt{47\,500}$.

💡 Für Zahlen größer als 1 gilt: Je größer die Zahl, desto größer ist ihre Wurzel und umgekehrt.

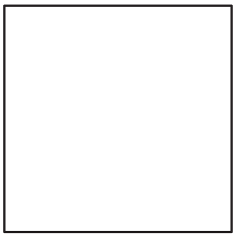
5 a) $\sqrt{35} \cdot \sqrt{35} = 35$
b) $\sqrt{41} \cdot \sqrt{41} = 41$
c) $\sqrt{1{,}25} \cdot \sqrt{1{,}25} = 1{,}25$
d) $\sqrt{15{,}5} \cdot \sqrt{15{,}5} = 15{,}5$
e) $\sqrt{3{,}25} \cdot \sqrt{3{,}25} = 3{,}25$
f) $\sqrt{0{,}025} \cdot \sqrt{0{,}025} = 0{,}025$
g) $\sqrt{11{,}75} \cdot \sqrt{11{,}75} = 11{,}75$
h) $\sqrt{0{,}02} \cdot \sqrt{0{,}02} = 0{,}02$

6 a) 3 b) 17
c) 51 d) 62,25
e) 3,05 f) 1,75
g) 0,11 h) 0,02

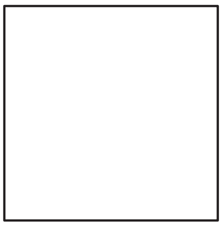
7 a) 5 cm
b) $\sqrt{10}$ m ≈ 3,16 m
c) kurze Seite: $\sqrt{\frac{80}{2}}$ cm ≈ 6,32 cm und
lange Seite: $2 \cdot \sqrt{\frac{80}{2}}$ cm ≈ 12,65 cm

8 a) exakt: $\sqrt{9} = 3$; $\sqrt{900} = 30$; $\sqrt{0{,}09} = 0{,}3$
b) exakt: $\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{0{,}04} = 0{,}2$; $\sqrt{0{,}0004} = 0{,}02$

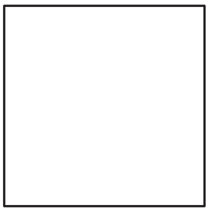
9 a) a = 3 cm



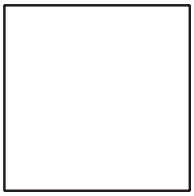
b) a = 2,83 cm



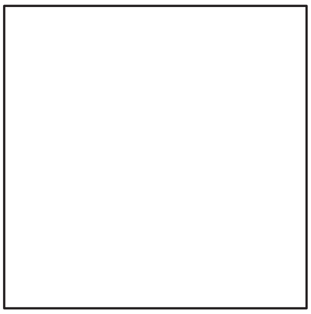
c) a = 2,65 cm



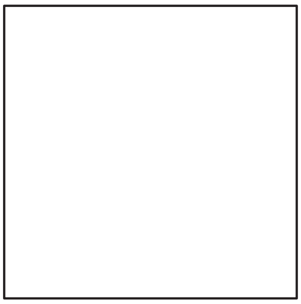
d) a = 2,45 cm



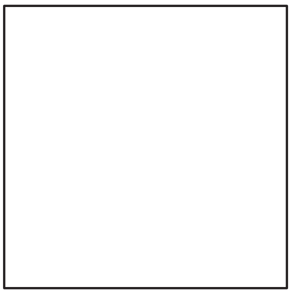
e) a = 4 cm



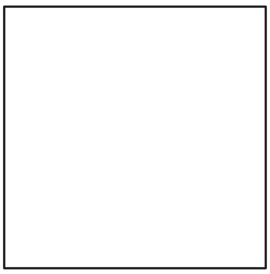
f) a = 3,87 cm



g) a = 3,74 cm



h) a = 3,46 cm



10 a) $2 < \sqrt{3 \cdot 2} < 3$, da $4 = 2^2 < 6 < 3^2 = 9$
b) $3 < \sqrt{3 \cdot 5} < 4$, da $9 = 3^2 < 15 < 4^2 = 16$
c) $7 < \sqrt{7 \cdot 8} < 8$, da $49 = 7^2 < 56 < 8^2 = 64$
d) $9 < \sqrt{9 \cdot 10} < 10$, da $81 = 9^2 < 90 < 10^2 = 100$
e) $8 < \sqrt{35 \cdot 2} < 9$, da $64 = 8^2 < 70 < 9^2 = 81$
f) $12 < \sqrt{15 \cdot 11} < 13$,
da $144 = 12^2 < 165 < 13^2 = 169$
g) $15 < \sqrt{113 \cdot 2} < 16$,
da $225 = 15^2 < 226 < 16^2 = 256$
h) $18 < \sqrt{71 \cdot 5} < 19$,
da $324 = 18^2 < 355 < 19^2 = 361$

11 a) $5 < \sqrt{5} \cdot \sqrt{7} < 6$, da $25 = 5^2 < 35 < 6^2 = 36$
b) $8 < \sqrt{15} \cdot \sqrt{5} < 9$, da $64 = 8^2 < 75 < 9^2 = 81$
c) $9 < \sqrt{41} \cdot \sqrt{2} < 10$, da $81 = 9^2 < 82 < 10^2 = 100$
d) $8 < \sqrt{11} \cdot \sqrt{7} < 9$, da $64 = 8^2 < 77 < 9^2 = 81$
e) $13 < \sqrt{35} \cdot \sqrt{5} < 14$,
da $169 = 13^2 < 175 < 14^2 = 196$
f) $16 < \sqrt{22} \cdot \sqrt{12} < 17$,
da $256 = 16^2 < 264 < 17^2 = 289$
g) $4 < \sqrt{1{,}5} \cdot \sqrt{14} < 5$, da $16 = 4^2 < 21 < 5^2 = 25$
h) $6 < \sqrt{2{,}5} \cdot \sqrt{18} < 7$, da $36 = 6^2 < 45 < 7^2 = 49$

12 Die Brüche nähern den Wert von $\sqrt{2}$ immer genauer an. Die nächsten drei Brüche lauten $\frac{1393}{985}$; $\frac{3363}{2378}$; $\frac{8119}{5741}$.
Berechnet man den Term $a^2 - 2b^2$, so erhält man abwechselnd die Werte −1 und 1.

13 Christian hat Recht. Das Quadrat des Zählers hat als Endziffer eine 9, das des Nenners eine 4. Der Quotient kann also nicht gleich 2 sein.

14 a) $\sqrt{5} \approx 2{,}2$; $\sqrt{5{,}1} \approx 2{,}3$;
$\sqrt{4{,}9} \approx 2{,}2$; $\sqrt{5{,}2} \approx 2{,}3$
b) $\sqrt{7} \approx 2{,}6$; $\sqrt{7{,}1} \approx 2{,}7$;
$\sqrt{6{,}9} \approx 2{,}6$; $\sqrt{7{,}2} \approx 2{,}7$
c) $\sqrt{38} \approx 6{,}2$; $\sqrt{38{,}1} \approx 6{,}2$;
$\sqrt{37{,}9} \approx 6{,}2$; $\sqrt{38{,}5} \approx 6{,}2$
d) $\sqrt{150} \approx 12{,}2$; $\sqrt{150{,}4} \approx 12{,}3$;
$\sqrt{150{,}9} \approx 12{,}3$; $\sqrt{151{,}3} \approx 12{,}3$
Wird die Wurzel auf eine Stelle genau geschätzt, so gilt: je nach Größe der Zahl, haben Zahlen, die bis um 0,9 größer oder um 0,9 kleiner sind als die Zahl x, ungefähr die gleiche Quadratwurzel.

4 Erweiterung des Wurzelbegriffs — Seite 50

Einstiegsaufgabe
→ Aus 27 kleinen Würfeln kann ein großer Würfel mit Kantenlänge drei kleine Würfel gebaut werden.
→ Werden 125 kleine Würfel benutzt, hat der große Würfel eine Kantenlänge von fünf kleinen Würfeln.
→ Es lassen sich insgesamt sechs große Würfel zusammenbauen. Die benötigten Würfelzahlen sind $2^3 = 8$, $3^3 = 27$, $4^3 = 64$, $5^3 = 125$, …, $10^3 = 1000$ kleine Würfel.
$2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 = 783$

1 a) $2 < \sqrt[3]{20} < 3$ b) $3 < \sqrt[3]{60} < 4$
c) $4 < \sqrt[3]{90} < 5$ d) $5 < \sqrt[3]{170} < 6$
e) $6 < \sqrt[3]{300} < 7$ f) $8 < \sqrt[3]{700} < 9$

2 a) 2 b) 4 c) 6
d) 7 e) 10 f) 8
g) 0,1 h) 0,3 i) 0,5

3 a) $a = 8\,cm$; $O = 384\,cm^2$
b) $a = 7{,}5\,cm$; $O = 562{,}5\,cm^2$

4 a) 2; 4,308 869 3; 9,283 177 667; 20; 43,088 693 8; 92,831 776 67
Ist der Radikand das 1000-fache einer Kubikzahl a, so ist die Kubikwurzel das 10-fache der Kubikwurzel von a.
b) 0,3; 0,646 330 407; 1,392 476 55; 3; 6,463 304 07; 13,924 766 5; 30
Ist der Radikand das Tausendstel einer Kubikzahl a, so ist die Kubikwurzel ein Zehntel der Kubikwurzel von a.

5 a) $4 > 2$ b) $5 < 10$
c) $32 < 100$ d) $100 = 100$
e) $4 < 25$ f) $3 < 9$

6 a) Diese Aussage ist richtig. Die Länge der Würfelseite ist $a = 3\,m = 30\,dm$, also hat eine Würfelseite den Flächeninhalt
$A = 30\,dm \cdot 30\,dm = 900\,dm^2$.
b) Diese Aussage ist falsch, denn das Volumen des Würfels beträgt
$V = (300\,cm)^3 = 27\,000\,000\,cm^3$
c) individuelle Lösungen, z. B.:
Die Oberfläche des Würfels beträgt $54\,m^2$.
Das Volumen des Würfels beträgt 27 000 Liter.
Im Internet finden Sie Bilder des Mahnmals, wenn Sie „Mahnmal Mannheim Würfel“ eingeben.