10 a) $2 < \sqrt{3 \cdot 2} < 3$, da $4 = 2^2 < 6 < 3^2 = 9$
b) $3 < \sqrt{3 \cdot 5} < 4$, da $9 = 3^2 < 15 < 4^2 = 16$
c) $7 < \sqrt{7 \cdot 8} < 8$, da $49 = 7^2 < 56 < 8^2 = 64$
d) $9 < \sqrt{9 \cdot 10} < 10$, da $81 = 9^2 < 90 < 10^2 = 100$
e) $8 < \sqrt{35 \cdot 2} < 9$, da $64 = 8^2 < 70 < 9^2 = 81$
f) $12 < \sqrt{15 \cdot 11} < 13$,
da $144 = 12^2 < 165 < 13^2 = 169$
g) $15 < \sqrt{113 \cdot 2} < 16$,
da $225 = 15^2 < 226 < 16^2 = 256$
h) $18 < \sqrt{71 \cdot 5} < 19$,
da $324 = 18^2 < 355 < 19^2 = 361$

11 a) $5 < \sqrt{5} \cdot \sqrt{7} < 6$, da $25 = 5^2 < 35 < 6^2 = 36$
b) $8 < \sqrt{15} \cdot \sqrt{5} < 9$, da $64 = 8^2 < 75 < 9^2 = 81$
c) $9 < \sqrt{41} \cdot \sqrt{2} < 10$, da $81 = 9^2 < 82 < 10^2 = 100$
d) $8 < \sqrt{11} \cdot \sqrt{7} < 9$, da $64 = 8^2 < 77 < 9^2 = 81$
e) $13 < \sqrt{35} \cdot \sqrt{5} < 14$,
da $169 = 13^2 < 175 < 14^2 = 196$
f) $16 < \sqrt{22} \cdot \sqrt{12} < 17$,
da $256 = 16^2 < 264 < 17^2 = 289$
g) $4 < \sqrt{1{,}5} \cdot \sqrt{14} < 5$, da $16 = 4^2 < 21 < 5^2 = 25$
h) $6 < \sqrt{2{,}5} \cdot \sqrt{18} < 7$, da $36 = 6^2 < 45 < 7^2 = 49$

12 Die Brüche nähern den Wert von $\sqrt{2}$ immer genauer an. Die nächsten drei Brüche lauten $\frac{1393}{985}$; $\frac{3363}{2378}$; $\frac{8119}{5741}$.
Berechnet man den Term $a^2 - 2b^2$, so erhält man abwechselnd die Werte −1 und 1.

13 Christian hat Recht. Das Quadrat des Zählers hat als Endziffer eine 9, das des Nenners eine 4. Der Quotient kann also nicht gleich 2 sein.

14 a) $\sqrt{5} \approx 2{,}2$; $\sqrt{5{,}1} \approx 2{,}3$;
$\sqrt{4{,}9} \approx 2{,}2$; $\sqrt{5{,}2} \approx 2{,}3$
b) $\sqrt{7} \approx 2{,}6$; $\sqrt{7{,}1} \approx 2{,}7$;
$\sqrt{6{,}9} \approx 2{,}6$; $\sqrt{7{,}2} \approx 2{,}7$
c) $\sqrt{38} \approx 6{,}2$; $\sqrt{38{,}1} \approx 6{,}2$;
$\sqrt{37{,}9} \approx 6{,}2$; $\sqrt{38{,}5} \approx 6{,}2$
d) $\sqrt{150} \approx 12{,}2$; $\sqrt{150{,}4} \approx 12{,}3$;
$\sqrt{150{,}9} \approx 12{,}3$; $\sqrt{151{,}3} \approx 12{,}3$
Wird die Wurzel auf eine Stelle genau geschätzt, so gilt: je nach Größe der Zahl, haben Zahlen, die bis um 0,9 größer oder um 0,9 kleiner sind als die Zahl x, ungefähr die gleiche Quadratwurzel.

4 Erweiterung des Wurzelbegriffs Seite 50

Einstiegsaufgabe
→ Aus 27 kleinen Würfeln kann ein großer Würfel mit Kantenlänge drei kleine Würfel gebaut werden.
→ Werden 125 kleine Würfel benutzt, hat der große Würfel eine Kantenlänge von fünf kleinen Würfeln.
→ Es lassen sich insgesamt sechs große Würfel zusammenbauen. Die benötigten Würfelzahlen sind $2^3 = 8$, $3^3 = 27$, $4^3 = 64$, $5^3 = 125$, …, $10^3 = 1000$ kleine Würfel.
$2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 = 783$

1 a) $2 < \sqrt[3]{20} < 3$ b) $3 < \sqrt[3]{60} < 4$
c) $4 < \sqrt[3]{90} < 5$ d) $5 < \sqrt[3]{170} < 6$
e) $6 < \sqrt[3]{300} < 7$ f) $8 < \sqrt[3]{700} < 9$

2 a) 2 b) 4 c) 6
d) 7 e) 10 f) 8
g) 0,1 h) 0,3 i) 0,5

3 a) a = 8 cm; O = 384 cm^2
b) a = 7,5 cm; O = 562,5 cm^2

4 a) 2; 4,308 869 3; 9,283 177 667; 20; 43,088 693 8; 92,831 776 67
Ist der Radikand das 1000-fache einer Kubikzahl a, so ist die Kubikwurzel das 10-fache der Kubikwurzel von a.
b) 0,3; 0,646 330 407; 1,392 476 55; 3; 6,463 304 07; 13,924 766 5; 30
Ist der Radikand das Tausendstel einer Kubikzahl a, so ist die Kubikwurzel ein Zehntel der Kubikwurzel von a.

5 a) $4 > 2$ b) $5 < 10$
c) $32 < 100$ d) $100 = 100$
e) $4 < 25$ f) $3 < 9$

6 a) Diese Aussage ist richtig. Die Länge der Würfelseite ist a = 3 m = 30 dm, also hat eine Würfelseite den Flächeninhalt
A = 30 dm · 30 dm = 900 dm^2.
b) Diese Aussage ist falsch, denn das Volumen des Würfels beträgt
V = $(300\,cm)^3$ = 27 000 000 cm^3
c) individuelle Lösungen, z. B.:
Die Oberfläche des Würfels beträgt 54 m^2.
Das Volumen des Würfels beträgt 27 000 Liter.
Im Internet finden Sie Bilder des Mahnmals, wenn Sie „Mahnmal Mannheim Würfel“ eingeben.

Seite 51

7 Je nach Taschenrechnermodell kann es sein, dass der Taschenrechner, wenn man keine Klammer setzt, 125 hoch 1 und dann das Ergebnis durch 3 rechnet. Das richtige Ergebnis ist 5, weil $5^3 = 125$ ist.

8 a) $\sqrt[3]{125} = 5$ b) $\sqrt[4]{81} = 3$
c) $\sqrt[3]{216\,000} = 60$ d) $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$
e) 0 f) $\sqrt[7]{1} = \sqrt[7]{1^7} = 1$
$0^x = 0$ für alle $x \neq 0$.
0^0 ist nicht definiert.

9 a) $\sqrt[4]{81} = 3$ b) $\sqrt[5]{243} = 3$
c) $\sqrt[3]{216^2} = 36$ d) $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{8}\right)^2} = \sqrt[3]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{4} = 0{,}25$
e) $\sqrt[8]{256^3} = 8$ f) $\sqrt{100^4} = 100^2 = 10\,000$
g) $\sqrt{625} = 25$ h) $\sqrt[5]{100\,000^2} = 100$
i) $\sqrt{64^3} = 512$

10 a) ≈ 26,46 b) 12 c) 2
d) 1,25 e) 0,09 f) 5
g) ≈ 4,30 h) ≈ 125,15 i) ≈ 3568,46

11 a) $7^{\frac{1}{2}}$ b) $10^{\frac{1}{4}}$ c) $38^{\frac{2}{3}}$
d) 12^2 e) $15^{\frac{5}{3}}$ f) $135^{\frac{3}{2}}$
g) $78^{\frac{1}{2}}$ h) $256^{\frac{1}{8}}$ i) $216^{\frac{1}{3}}$

12 a) $13^2 = 169$ b) $10^3 = 1000$ c) $\sqrt[6]{0{,}1^6} = 0{,}1$

13 a) 3 b) 30 c) 0,4
d) ≈ 20,70 e) ≈ 1,065 f) ≈ 0,035

14 $1 \cdot x^5 = 243$; $x = \sqrt[5]{243} = 3$
Der Flächeninhalt hat sich täglich um den Faktor 3 vergrößert.

5 Irrationale Zahlen – Kreiszahl π Seite 52

Einstiegsaufgabe
→ individuelle Lösungen; es ist darauf zu achten, dass bei der Durchmessermessung der Faden durch den Mittelpunkt des Kreises gelegt wird.

→

Gegenstand	Umfang u	Durchmesser d	$\frac{u}{d}$
CD	37,6 cm	12 cm	3,13
Dose	24 cm	7,7 cm	3,12
Teller	59,6 cm	19 cm	3,14
2-€-Münze	8,2 cm	2,6 cm	3,15

→ Das Verhältnis $\frac{u}{d}$ ist stets in etwa gleich groß. Sein Wert ist ca. 3,14.

1 a) u ≈ 16,7 cm b) u ≈ 24,2 cm
c) u ≈ 54 cm d) u ≈ 199,8 cm
e) u ≈ 6,16 m f) u ≈ 77,9 dm

2 a) r ≈ 21,2 cm b) r ≈ 1,4 m
c) r ≈ 0,07 m d) r ≈ 2,1 mm
e) r ≈ 6378 km

Seite 53

3

	a)	b)	c)	d)	e)
r	24,4 cm	0,25 m	0,18 m	15,92 m	0,41 dm
d	48,8 cm	0,5 m	0,36 m	31,84 m	0,81 dm
u	153,3 cm	1,57 m	1,1 m	100,03 m	2,56 dm

4 a) Die Durchmesser der Halbkreise betragen jeweils 5 cm, d.h. die Radien betragen 2,5 cm.
$u = 5{,}0\,cm + 10{,}0\,cm + 5{,}0\,cm + 2 \cdot \pi \cdot 2{,}5\,cm$
$u \approx 35{,}7\,cm$
b) Der Durchmesser des Halbkreises wird mit dem Satz des Pythagoras berechnet.
$d^2 = 12{,}0\,cm^2 + 5\,cm^2$
$d^2 = 169{,}0\,cm^2$ d.h. $d = 13\,cm$, $r = 6{,}5\,cm$
$u = 5{,}0\,cm + 12{,}0\,cm + \pi \cdot 6{,}5\,cm$
$u \approx 37{,}4\,cm$
c) Die zwei Viertelkreise und der Halbkreis können zu einem Kreis mit Durchmesser $d = 2{,}5\,cm$ zusammengesetzt werden. Mithilfe des Satzes von Pythagoras kann man eine Seite a des gleichseitigen Dreiecks berechnen.
$a^2 = (2{,}5\,cm)^2 + (7{,}14\,cm)^2$
$a^2 = 57{,}2296\,cm^2$
$a \approx 7{,}57\,cm$
Es gilt: $u \approx \pi \cdot 2{,}5\,cm + 2 \cdot 7{,}57\,cm$
$u \approx 22{,}98\,cm$
d) Die vier Viertelkreise können zu einem Kreis mit Radius 4 cm zusammengesetzt werden.
$u = 2\pi \cdot 4\,cm + 4 \cdot 4\,cm$
$u \approx 25{,}1\,cm + 16\,cm = 41{,}1\,cm$

5

Länge Metallband	Durchmesser
u = 1 m	d ≈ 0,32 m
u = 2 m	d ≈ 0,64 m
u = 5 m	d ≈ 1,59 m

Schnittpunkt Mathematik für die Berufsfachschule – Lösungen
Baden-Württemberg 978-3-12-742745-5