6 a) individuelle Lösung
b) mögliches Vorgehen: Umfang der Bäume in 1 m Höhe messen, diesen Wert durch π dividieren. Der so erhaltene Durchmesser darf 20 cm nicht überschreiten, wenn der Baum ohne Genehmigung gefällt werden soll.

7 a) $2u = 1\,m$ d.h. $u = 0{,}5\,m$
Der Umfang des Messrades beträgt 0,5 m.
b) $u = \pi d$
$\frac{u}{\pi} = d$, d.h. $d = \frac{0{,}5\,m}{\pi} \approx 0{,}16\,m$
$d = 2r$; d.h. $r \approx \frac{0{,}16\,m}{2} = 0{,}08\,m$
Der Durchmesser des Messrades beträgt 0,16 m, der Radius beträgt 0,08 m.

8 a) $u = (2 + \sqrt{8} + \pi)e$
(Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks mit Satz des Pythagoras $c = \sqrt{8}\,e$)
b) $u = (4 + \pi)e$
(gleichseitiges Dreieck, d.h. $r = e$)

9 Vergleich der Durchmesser:
$d_{blau} = 2\,d_{lila}$; $d_{lila} = 2\,d_{rot}$; $d_{blau} = 4\,d_{rot}$
Vergleich der Umfänge:
$u_{blau} = \pi \cdot d_{blau} = \pi \cdot 4\,d_{rot}$.
2 lila Kreise haben zusammen
$2 \cdot u_{lila} = 2\pi \cdot d_{lila} = 2\pi \cdot 2\,d_{rot} = \pi \cdot 4\,d_{rot}$.
4 rote Kreise haben zusammen
$4 \cdot u_{rot} = 4\pi \cdot d_{rot}$.
Die Umfänge sind alle gleich groß.
Es gilt für die Radien
$r_{blau} = 2\,r_{lila}$; $r_{lila} = 2\,r_{rot}$; $r_{blau} = 4\,r_{rot}$.

10 a) Die Höhe des Rades entspricht dem Durchmesser des Rades d.h. $d = 1{,}95\,m$.
$u = \pi \cdot 1{,}95\,m \approx 6{,}13\,m$
Pro Umdrehung legt das Rad etwa 6,13 m zurück.
$6{,}13\,m \cdot 6000 = 36\,780\,m = 36{,}78\,km$
Pro Tag legt der Muldenkipper etwa 36,78 km zurück.
b) $d = 1{,}95\,m - 2 \cdot 0{,}03\,m = 1{,}89\,m$.
$u = \pi \cdot 1{,}89\,m \approx 5{,}94\,m$
Pro Umdrehung legt das Rad etwa 5,94 m zurück.
$5{,}94\,m \cdot 6000 = 35\,640\,m = 35{,}64\,km$
Pro Tag legt der kleinere Muldenkipper nur etwa 35,64 km zurück.
Vorsicht, bei Teilaufgabe a) ist der Durchmesser gegeben und bei Teilaufgabe b) der Radius.

11 $u_{Dynamo} = \pi \cdot 2\,cm = 6{,}3\,cm$
Geschwindigkeit umrechnen in $\frac{cm}{s}$.
$25\,\frac{km}{h} = \frac{25\,000\,m}{3600\,s} = \frac{2\,500\,000\,cm}{3600\,s} = 694{,}\overline{4}\,\frac{cm}{s}$
Anzahl Umdrehungen:
$694{,}\overline{4} : 6{,}3 \approx 110{,}23$
Das Rädchen des Dynamos dreht sich bei einer Geschwindigkeit von 25 km/h ungefähr 110-mal in der Sekunde.

12 a) $\frac{104\,348}{33\,215} = 3{,}141\,592\,653\,922$
Hier sind 9 Stellen hinter dem Komma gleich wie bei der Zahl π.
b) $\frac{355}{113} = 3{,}141\,592\,920\,354$; 6 Stellen
c) $\frac{22}{7} = 3{,}142\,857\,142\,857$; 2 Stellen
d) $\frac{103\,993}{33102} = 3{,}141\,592\,653\,011$; 9 Stellen
e) $\frac{333}{106} = 3{,}141\,509\,433\,962$; 4 Stellen
f) $\frac{3}{1}$; keine Stelle hinter dem Komma
Von den Teilaufgaben d) und a) liegt der Zahl $\frac{104\,348}{33\,215}$ näher an π am nächsten.

6 Lineare Gleichungen — Seite 54

Einstiegsaufgabe
Die Waagschalen rechts und links wiegen jeweils gleich viel. Die darauf liegenden Gewichte sind also gleich schwer.
→ 1. Waage (gelb): 3 Kugeln = 1 Würfel
2. Waage (grün): 4 Kugeln = 1 Würfel
3. Waage (rosa): 5 Kugeln = 1 Würfel
4. Waage (lila): 1 Kugel = 1 Würfel
→ 1. Waage (gelb): Wenn man von beiden Waagschalen 5 Kugeln wegnimmt, sieht man: 3 Kugeln = 1 Würfel.
2. Waage (grün): Wenn man die Anzahl der Kugeln auf der rechten Waagschale durch 3 Würfel teilt, erhält man: 4 Kugeln = 1 Würfel.
3. Waage (rosa): Wenn man auf beiden Seiten 1 Kugel wegnimmt und die rechts verbleibende Anzahl an Kugeln durch zwei Würfel teilt, sieht man: 5 Kugeln = 1 Würfel.
4. Waage (lila): Wenn man auf beiden Seiten 4 Kugeln und 1 Würfel wegnimmt, sieht man: 1 Kugel = 1 Würfel.
→ 1. Waage (gelb): $1w + 5k = 8k$
2. Waage (grün): $3w = 12k$
3. Waage (rosa): $2w + 1k = 11k$
4. Waage (lila): $3w + 4k = 1w + 6k$

Seite 55

1 a) 1 Würfel wiegt so viel wie 3 Kugeln.
b) 1 Würfel wiegt so viel wie 2 Kugeln.
c) 1 Würfel wiegt so viel wie 3 Kugeln.
d) 1 Würfel wiegt so viel wie 2 Kugeln.

2 a) Äquivalenzumformung -6; $x = 2$
b) Äquivalenzumformung -2; $x = -7$
c) Äquivalenzumformung -5; $x = -5$
d) Äquivalenzumformung $+4$; $x = 1$
e) Äquivalenzumformung $:9$; $x = 6$
f) Äquivalenzumformung $:12$; $x = -6$
g) Äquivalenzumformung -13; $x = 69$
h) Äquivalenzumformung -32; $x = -9$
i) Äquivalenzumformung $:5$; $x = 22$
j) Äquivalenzumformung $:15$; $x = 0$
k) Äquivalenzumformung $:15$; $x = -\frac{1}{15}$
l) Äquivalenzumformung $:15$; $x = \frac{1}{225}$

3 a) $z = 20$ b) $y = 32$ c) $y = 17$
d) $y = 71$ e) $z = 7$ f) $w = 5$
g) $a = 9$ h) $a = 1$ i) $z = -1$
j) $z = -1$

4 a) Äquivalenzumformung $\cdot 3$; $x = 30$
b) Äquivalenzumformung $\cdot 10$; $x = 50$
c) Äquivalenzumformung $:\frac{1}{10}$; $x = 20$
d) Äquivalenzumformung $\cdot 4$; $x = 128$
e) Äquivalenzumformung $\cdot \frac{1}{2}$; $x = \frac{1}{2}$
f) Äquivalenzumformung $\cdot (-8)$; $x = 4$

5 Die linearen Gleichungen $2x + 3 = x + 2$; $3x + 2 = -1$; $3x = -3$ und $x + 6 = 5$ ergeben alle $x = -1$.
Die linearen Gleichungen $2x = 2$; $3x - 5 = -2$ und $4x + 2 = 6$ ergeben alle $x = 1$.

Methode: Schritt für Schritt

a)
$$\begin{aligned} 70x - 4 - 90x &= 12 + 25x - 1 && |\,T \\ -20x - 4 &= 11 + 25x && |-25x \\ -45x - 4 &= 11 && |+4 \\ -45x &= 15 && |:(-45) \\ x &= -\tfrac{1}{3} \end{aligned}$$

Probe:

linker Term	rechter Term
$70 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - 4 - 90 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$	$12 + 25 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - 1$
$-23\frac{1}{3} - 4 + 30$	$12 - 8\frac{1}{3} - 1$
$2\frac{2}{3}$	$2\frac{2}{3}$

b)
$$\begin{aligned} 8 - 11a + 3 &= 30 - 14a + 5 && |\,T \\ 11 - 11a &= 35 - 14a && |+14a \\ 11 + 3a &= 35 && |-11 \\ 3a &= 24 && |:3 \\ a &= 8 \end{aligned}$$

Probe:

linker Term	rechter Term
$8 - 11 \cdot 8 + 3$	$30 - 14 \cdot 8 + 5$
$8 - 88 + 3$	$30 - 112 + 5$
-77	-77

c)
$$\begin{aligned} -x - 40 &= -5x - 32 && |+5x \\ 4x - 40 &= -32 && |+40 \\ 4x &= 8 && |:4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Probe:

linker Term	rechter Term
$-1 \cdot 2 - 40$	$-5 \cdot 2 - 32$
$-2 - 40$	$-10 - 32$
-42	-42

d)
$$\begin{aligned} 1 + 4b - 3 - b - 4 + 2b &= 0 && |\,T \\ -6 + 5b &= 0 && |+6 \\ 5b &= 6 && |:5 \\ b &= 1{,}2 \end{aligned}$$

Probe:

linker Term	rechter Term
$1 + 4 \cdot 1{,}2 - 3 - 1 \cdot 1{,}2 - 4 + 2 \cdot 1{,}2$	0
$1 + 4{,}8 - 3 - 1{,}2 - 4 + 2{,}4$	0
0	0

e)
$$\begin{aligned} 9y - 7{,}8 + 1y &= -5{,}6y && |\,T \\ 10y - 7{,}8 &= -5{,}6y && |+5{,}6y \\ 15{,}6y - 7{,}8 &= 0 && |+7{,}8 \\ 15{,}6y &= 7{,}8 && |:15{,}6 \\ y &= \tfrac{1}{2} \end{aligned}$$

Probe:

linker Term	rechter Term
$9 \cdot \frac{1}{2} - 7{,}8 + 1 \cdot \frac{1}{2}$	$-5{,}6 \cdot \frac{1}{2}$
$4{,}5 - 7{,}8 + 0{,}5$	$-2{,}8$
$-2{,}8$	$-2{,}8$

f)
$$\begin{aligned} 0{,}89 + 3{,}5c &= 8{,}2c - 0{,}31 + 1{,}3c && |\,T \\ 0{,}89 + 3{,}5c &= 9{,}5c - 0{,}31 && |-9{,}5c \\ 0{,}89 - 6c &= -0{,}31 && |-0{,}89 \\ -6c &= -1{,}2 && |:(-6) \\ c &= 0{,}2 \end{aligned}$$

Probe:

linker Term	rechter Term
$0{,}89 + 3{,}5 \cdot 0{,}2$	$8{,}2 \cdot 0{,}2 - 0{,}31 + 1{,}3 \cdot 0{,}2$
$0{,}89 + 0{,}7$	$1{,}64 - 0{,}31 + 0{,}26$
$1{,}59$	$1{,}59$

Seite 56

6 individuelle Lösungen; Beispiel für Teilaufgabe a):

$$\begin{aligned} x &= 5 && \mid -2x \\ -x &= 5 - 2x && \mid +7 \\ +7 - x &= 12 - 2x && \end{aligned}$$

7 a) $x = -6{,}5$ b) $x \approx 6{,}3$ c) $x \approx 11{,}8$
d) $x = -6$ e) $x = 6$

8 a) $x = 4$ b) $y = 0$ c) $z = \frac{10}{12}$
d) $x = -\frac{7}{5}$ e) $x = \frac{1}{3}$ f) $z = \frac{1}{3}$
g) $z = 0{,}6$ h) $y = 0$

9

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
x = 6	43	−2	5	−14	60	12
x = 1	3	8	30	6	10	−3
x = 2,5	15	5	12	0	25	1,5
x = −5	−45	20	−6	30	−50	−21
x = 0	−5	10	nicht lösbar	10	0	−6

10 a) $x = 27$ b) $x = 72$ c) $x = 18$
d) $x = 85$ e) $x = 4$ f) $x = 66$
g) $x = \frac{2}{3}$ h) $x = 152$

11 verschiedene Lösungsmöglichkeiten, z. B.
a) Wenn ich zum Dreifachen einer Zahl 22 addiere, erhalte ich 46.
b) Wenn ich zum Vierfachen einer Zahl 6 addiere, erhalte ich 10.
c) Wenn ich zum Dreifachen einer Zahl 40 addiere, erhalte ich das Achtfache der Zahl.
d) Wenn ich vom Fünffachen einer Zahl 1 subtrahiere, erhalte ich das gleiche Ergebnis, wie wenn ich vom Siebenfachen der Zahl 5 subtrahiere.
e) Wenn ich zum Fünffachen einer Zahl 4 addiere, erhalte ich das gleiche Ergebnis, wie wenn ich zum Vierfachen der Zahl 6 addiere.
f) Wenn ich das 16,5-Fache einer Zahl durch 3 dividiere, erhalte ich das gleiche Ergebnis, wie wenn ich zum 1,5-Fachen der Zahl 10 addiere.

Information: Nicht jede Lösung zählt!
- $8x - 11 = 6x$; $x = 5{,}5$
  Dies kann nicht die Anzahl der Münzen, sondern höchstens der Betrag sein.
- $3x - 20 = 5x$
  Das Dreifache einer positiven Zahl kann nicht kleiner als das Fünffache sein.
- $x \cdot 6 - 15 = 9$; $x = 4$
  4 ist nicht ungerade.
- $(x + 17) \cdot 2 = 22$; $x = -6$
  −6 ist keine natürliche Zahl.
- $2x + 3 = 12$; $x = \frac{9}{2}$
  $\frac{9}{2}$ kann keine Anzahl sein.
- $125\,cm + 79\,cm = 204\,cm > 203\,cm$
  Die beiden angegebenen Seiten sind zusammen schon länger als der Umfang des Dreiecks, das kann nicht sein.

7 Gleichungen mit Klammern — Seite 57

Einstiegsaufgabe
→ Grundstück 42.1: x^2
Grundstück 42.2: $(x + 8)(x - 6)$
Da die Flächeninhalte gleich sind, gilt:
$x^2 = (x + 8)(x - 6)$. Daraus folgt $x = 24$.
Damit hat das Grundstück 42.1 die Maße $24\,m \times 24\,m$, das Grundstück 42.2 die Maße $32\,m \times 18\,m$.

Seite 58

1 a)
$$\begin{aligned} 9x + 33 - (45 - 15x) &= 15 - 3x && \\ 9x + 33 - 45 + 15x &= 15 - 3x && \\ 24x - 12 &= 15 - 3x && \mid +12 \quad \mid +3x \\ 27x &= 27 && \mid :27 \\ x &= 1 && \end{aligned}$$
b) $x = 1$ c) $x = 1$ d) $x = 4$

2 a) $18x + 24 = 10x + 40$; $x = 2$
b) $-12z + 4z - 36 = 6 - 15z$; $z = 6$
c) $9 - 2a = 3a + 18$; $a = -\frac{9}{5} = -1{,}8$
d) $y - 14 + 2y - 5 = y - 3$; $y = 8$
e) $10 - 2x = 87 - 21 - 10x$; $x = 7$
f) $28x - 21 - 18x - 9 = 2x - 18$; $x = \frac{12}{8} = 1{,}5$

3 a) $x = 6$ b) $x = -2$ c) $y = 9$
d) $y = -2$

4 $3(2x - 4) = 2(3 + 4x)$; $x = -9$
a) mögliche Lösungen:
$2(3x - 4) = 3(3x + 4)$; $x = -\frac{20}{3}$
$4(2x - 3) = 3(2x + 4)$; $x = 12$
$3(2x + 4) = 2(3 - 4x)$; $x = -\frac{3}{7}$
$2(3x + 4) = 2(3 - 4x)$; $x = -\frac{1}{7}$
$4(3x - 2) = 2(3 + 4x)$; $x = \frac{7}{2}$
b) individuelle Lösungen