5 a) $9(x + 4) = 15x;\ x = 6$
b) $6x = (x - 7) \cdot 9;\ x = 21$
c) $x(x + 2) = (x + 8)(x + 2 - 5);\ x = 8$

6 a) $x = 7$; Probe: $(7 + 3)(7 - 6) = 7^2 - 39;\ 10 = 10$
b) $x = -2$; Probe: $(-2 - 2)(-2 + 3) = (-2)^2 - 8;$
$-4 = -4$
c) $x = 3$; Probe: $(3 - 5)(3 - 9) = 3^2 + 3;\ 12 = 12$
d) $y = -\frac{2}{3}$; Probe:
$2\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 9\right) = \left(-\frac{2}{3} + 12\right)\left(2\left(-\frac{2}{3}\right) + 3\right);$
$\frac{170}{9} = \frac{170}{9}$
e) $x = 3$; Probe: $(3 - 4)(3 + 11) = 3(3 - 12) + 13;$
$-14 = -14$

7 a) Tim und Anna haben richtig gerechnet. Ben hat nicht beachtet, dass durch das Minuszeichen zwischen den beiden Faktoren die Vorzeichen im zweiten Faktor $(x + 6)(2x + 1)$ vertauscht werden. Tim hat diesen Fehler durch das Setzen der runden Klammer vermieden und Anna hat das Minuszeichen in die erste Klammer des zweiten Faktors gezogen.
b) Tim:
$$\begin{aligned} 2x(x - 2) - (x + 6)(2x + 1) &= 3x \\ 2x^2 - 4x - (2x^2 + x + 12x + 6) &= 3x \\ 2x^2 - 4x - (2x^2 + 13x + 6) &= 3x \\ 2x^2 - 4x - 2x^2 - 13x - 6 &= 3x \\ -17x - 6 &= 3x \\ -6 &= 20x \\ x &= -\frac{6}{20} = -\frac{3}{10} \end{aligned}$$
Probe:
$$2 \cdot \left(-\frac{3}{10}\right) \cdot \left(-\frac{3}{10} - 2\right) - \left(-\frac{3}{10} + 6\right)\left(2 \cdot \left(-\frac{3}{10}\right) + 1\right) = 3 \cdot \left(-\frac{3}{10}\right)$$
$$\begin{aligned} -\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{23}{10}\right) - \frac{57}{10} \cdot \frac{2}{5} &= -\frac{9}{10} \\ \frac{69}{50} - \frac{57}{25} &= -\frac{9}{10} \\ -\frac{9}{10} &= -\frac{9}{10} \end{aligned}$$
Anna:
$$\begin{aligned} 2x(x - 2) - (x + 6)(2x + 1) &= 3x \\ 2x^2 - 4x + (-x - 6)(2x + 1) &= 3x \\ 2x^2 - 4x - 2x^2 - x - 12x - 6 &= 3x \\ -17x - 6 &= 3x \\ -6 &= 20x \\ x &= -\frac{6}{20} = -\frac{3}{10} \end{aligned}$$
Probe: $2 \cdot \left(-\frac{3}{10}\right) \cdot \left(-\frac{3}{10} - 2\right)$
$-\left(-\frac{3}{10} + 6\right) \cdot \left(2 \cdot \left(-\frac{3}{10}\right) + 1\right) = 3 \cdot \left(-\frac{3}{10}\right)$
$$\begin{aligned} -\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{23}{10}\right) - \frac{57}{10} \cdot \frac{2}{5} &= -\frac{9}{10} \\ \frac{69}{50} - \frac{57}{25} &= -\frac{9}{10} \\ -\frac{9}{10} &= -\frac{9}{10} \end{aligned}$$
Ben:
$$\begin{aligned} 2x(x - 2) - (x + 6)(2x + 1) &= 3x \\ 2x^2 - 4x - 2x^2 + x + 12x + 6 &= 3x \\ 9x + 6 &= 3x \\ 6x + 6 &= 0 \\ 6x &= -6 \\ x &= -1 \end{aligned}$$
Probe:
$2 \cdot (-1) \cdot (-1 - 2) - (-1 + 6)(2 \cdot (-1) + 1)$
$= 3 \cdot (-1)$
$$\begin{aligned} (-2) \cdot (-3) - 5 \cdot (-1) &= -3 \\ 6 + 5 &= -3 \\ 11 &\neq -3 \end{aligned}$$

8 a)
$$\begin{aligned} 2n^2 - (n + 12)(2n + 3) &= 18 \\ 2n^2 - (2n^2 + 24n + 3n + 36) &= 18 \\ 2n^2 - 2n^2 - 24n - 3n - 36) &= 18 \\ -27n - 36 &= 18 \quad |+36 \\ -27n &= 54 \quad |:(-27) \\ n &= -2 \end{aligned}$$
b) $n = -1$ c) $n = 12$ d) $n = 3$ e) $n = -2$

9 a)
$$\begin{aligned} (8x + 1{,}5) + (2x - 4{,}5) &= 2x - (6x - 4) \\ 8x + 1{,}5 + 2x - 4{,}5 &= 2x - 6x + 4 \\ 10x - 3 &= -4x + 4 \quad |+3 \quad |+4x \\ 14x &= 7 \quad |:7 \\ x &= 0{,}5 \end{aligned}$$
Probe:
$(8 \cdot 0{,}5 + 1{,}5) + (2 \cdot 0{,}5 - 4{,}5) = 2 \cdot 0{,}5 - (6 \cdot 0{,}5 - 4)$
$(4 + 1{,}5) + (1 - 4{,}5) = 1 - (3 - 4)$
$$\begin{aligned} 5{,}5 - 3{,}5 &= 1 - (-1) \\ 2 &= 1 + 1 \\ 2 &= 2 \quad \text{Stimmt.} \end{aligned}$$
b) $x = -8$ c) $x = -3$ d) $x = 7$ e) $x = -2$

8 Lösungsvielfalt Seite 59

Einstiegsaufgabe

→ Alle aus der Gruppe haben Recht, alle Lösungen sind richtig. Egal, welche Zahl man einsetzt, die linke Seite der Gleichung und die rechte Seite der Gleichung sind identisch. Es gibt außer den angegebenen Lösungen noch unendlich viele andere Lösungen.

Die grüne 6 ist die Zahl, die Ali für x einsetzt, die rote −2 ist der Wert des rechten Terms für $x = 6$ und der Wert des rechten Terms für $x = 6$.

Seite 60

1 a) $3x = 3x;\ \mathbb{L} = \mathbb{R}$

b) $-2 = 2$; $\mathbb{L} = \{\,\}$
c) $5 \cdot 0 = 7$; $\mathbb{L} = \{\,\}$
d) $x = 4$; $\mathbb{L} = \{4\}$
e) $-2x = -2x$, $\mathbb{L} = \mathbb{R}$

2 a) $\mathbb{L} = \{\,\}$ b) $\mathbb{L} = \{0\}$ c) $\mathbb{L} = \mathbb{R}$ d) $\mathbb{L} = \{0\}$
Die Gleichungen $5x + 1 = 1 - 2x$ und $9x - 3 = -3$ haben die Lösungsmenge $\mathbb{L} = \{0\}$. Die Gleichung $0x = 27$ hat die Lösungsmenge $\mathbb{L} = \{\,\}$. Die Gleichung $-6x + 5 = -6x + 5$ hat unendlich viele Lösungen.

3 a) $-16x + 36 = -16x + 36$, diese Gleichung ist für alle x erfüllt, $\mathbb{L} = \mathbb{R}$.
b) $x = \frac{1}{4}$; $\mathbb{L} = \left\{\frac{1}{4}\right\}$
c) $x = 3$; $\mathbb{L} = \{3\}$
d) $-105 = 28$, diese Gleichung ist nie erfüllt, $\mathbb{L} = \{\,\}$.

4 a) z.B. $x + 7 = 7$; $\mathbb{L} = \{0\}$
b) $x + 7 = x + 7$; $\mathbb{L} = \mathbb{R}$
c) z.B. $x + 7 = x$; $\mathbb{L} = \{\,\}$

5 a) Das kann nicht sein, denn die drei Kugeln würden nichts wiegen. Diese Waage ist eingerostet.
b) Das kann sein, auf beiden Seiten sind die gleichen Gewichte. Diese Waage funktioniert.
c) Das kann sein, wenn zwei Kugeln genauso viel wiegen wie ein Würfel. Diese Waage funktioniert.
d) Das kann nicht sein: Vier Würfel würden genauso viel wiegen wie drei Würfel. Diese Waage ist eingerostet.

6 a) $4B + 2{,}00\,€ = 6B + 1{,}00\,€$
$1B = 0{,}50\,€$. Ein Brötchen kostet 0,50 €. Dieses Ergebnis ist sinnvoll.
b) $3A + 0{,}50\,€ = 2A$
$1A = -0{,}50\,€$. Ein Apfel kostet …
Ein negatives Ergebnis ist hier nicht sinnvoll.
c) $200L = 2 \cdot 100L$. $\mathbb{L} = \mathbb{R}$.
200 Lutscher kosten genauso viel wie 2-mal 100 Lutscher. Dieses Ergebnis ist sinnvoll. Es ist aber nicht möglich, zu sagen wie teuer ein Lutscher ist.
d) $4C - 16{,}00\,€ = 2C$
$C = 8{,}00\,€$. Ein Comicheft kostet 8,00 €. Dieses Ergebnis ist sinnvoll.

e) $6K = 2K + 4K$, $\mathbb{L} = \mathbb{R}$. Sechs Kuchenstücke kosten genauso viel wie 2 Kuchenstücke und 4 Kuchenstücke. Dieses Ergebnis ist sinnvoll. Es ist aber nicht möglich, zu sagen wie teuer ein Kuchenstück ist.

7 Ich denke mir eine Zahl: x
multipliziere mit 5: $5x$
subtrahiere 8: $5x - 8$
multipliere das Ergebnis mit 2: $(5x - 8) \cdot 2$
addiere ich 5x: $(5x - 8) \cdot 2 + 5x$
addiere das Quadrat von 4: $(5x - 8) \cdot 2 + 5x + 4^2$
Das Ergebnis ist das 15-Fache von x.
$(5x - 8)2 + 5x + 4^2 = 15x$
Die Gleichung führt auf die Gleichung
$10x - 16 + 5x + 16 = 15x$.
$15x = 15x$
Das funktioniert mit jeder Zahl. $\mathbb{L} = \mathbb{R}$
Wenn Tim sagt: Denke dir eine Zahl, danach die Anleitung gibt und am Schluss sagt: Es kommt das 15-Fache deiner Zahl heraus, kann er seine Mitschüler überraschen.

8 Das Doppelte einer Zahl: $2x$
0,75 addiert: $2x + 0{,}75$
das Dreifache der Zahl subtrahiert:
$2x + 0{,}75 - 3x$
Die Zahl von 0,75 subtrahiert: $0{,}75 - x$
Diese Aufgabe führt zur Gleichung
$2x + 0{,}75 - 3x = 0{,}75 - x$. $\mathbb{L} = \mathbb{R}$
Diese Gleichung ist für jede Zahl erfüllt.

9 Umstellen von Formeln 1 Seite 61

Einstiegsaufgabe

→ $\frac{42\,\text{km}}{2{,}5\,\text{h}} = 16{,}8\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$
Die durchschnittlich gelaufene Geschwindigkeit betrug 16,8 km je Stunde.

→

Anzahl Kilometer	Zeit
14 km	1 h
7 km	0,5 h
42 km	3 h

Ihre Laufzeit betrug drei Stunden.

→ Der geschichtliche Hintergrund des Marathonlaufs liegt um 490 v. Chr. Nach dem Sieg der Athener in der Schlacht von Marathon soll sich ein Läufer auf den Weg nach Athen (etwa 42 km) gemacht haben, um die Botschaft zu überbringen. Nach dem Überbringen der Siegesnachricht soll er der Legende nach tot zusammengebrochen sein.