|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Arbeitsbuch Stochastik |  | Schritt 6 |  |
|  |  |

Ich kann …

den Erwartungswert für verknüpfte Ergebnisse berechnen.



1 Eine Schützin gibt wiederholt 3 Schüsse auf ein Ziel ab. Bei jedem Schuss trifft sie mit der Wahrscheinlich­keit 0,6. Bestimme die durchschnittliche Trefferzahl bei solchen 3er-Serien, wenn die einzelnen Schüsse von­einander unabhängig sind.



2 In einer Urne befinden sich 4 weiße und 2 schwarze Kugeln. Du ziehst so lange ohne Zurücklegen eine Kugel, bis du eine schwarze Kugel gezogen hast. Bestimme die Anzahl der durchschnittlichen Ziehungen, bis du eine schwarze Kugel gezogen hast.



3 Die Herstellung eines Spielzeuges kostet die Firma 2,05 €. Die Endkontrolle kostet pro Spielzeug weitere 0,23 €. Die Firma entscheidet sich, 5er-Packungen des Spielzeugs für 17,50 € zu verkaufen. Um Geld einzu­sparen überlegt sich die Firma, auf die Endkontrolle zu verzichten, da nur 5 % der Spielzeuge fehlerhaft sind. Damit der jeweilige Händler eine einfache Handhabe hat, wenn sich defekte Teile in der Box befinden, gewährt die Firma Rabatte. Ist in einer Box 1 Spielzeug fehlerhaft, muss der Händler nur 70 % des Packungspreises be­zahlen, bei 2 defekten Spielzeugen 50 % und bei 3 oder mehr defekten Spielzeugen nur noch 10 %.

Untersuche, ob der Verzicht der Endkontrolle sich für die Firma lohnt.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Arbeitsbuch Stochastik |  | Lösungen |  |
|  |  |

Ich kann …

den Erwartungswert für verknüpfte Ergebnisse berechnen.

1 T: Treffer

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ti | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $P (T=t\_{i})$  | $$0,4^{3}$$ | $$3⋅0,4^{2}⋅0,6$$ | $$3⋅0,4⋅0,6^{2}$$ | $$0,6^{3}$$ |

$$E \left(X\right)=0⋅0,4^{3}+1⋅3⋅0,4^{2}⋅0,6+2⋅3⋅0,4⋅0,6^{2}+3⋅0,6^{3}=1,8 $$

Die durchschnittliche Trefferzahl beträgt 1,8.

2 Z: Anzahl der Züge, bis die schwarze Kugel gezogen ist

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| zi  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $P (Z=z\_{i})$  | $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$  | $\frac{4}{6}⋅\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$  | $\frac{4}{6}⋅\frac{3}{5}⋅\frac{2}{4}=\frac{1}{5}$  | $\frac{4}{6}⋅\frac{3}{5}⋅\frac{2}{4}⋅\frac{2}{3}=\frac{2}{15}$  | $\frac{4}{6}⋅\frac{3}{5}⋅\frac{2}{4}⋅\frac{1}{3}⋅\frac{2}{2}=\frac{1}{15}$  |

$E \left(Z\right)=1⋅\frac{1}{3}+2⋅\frac{4}{15}+3⋅\frac{1}{5}+4⋅\frac{2}{15}+5⋅\frac{1}{15}=\frac{35}{15} ≈2,3$

Man muss im Durchschnitt mehr als 2-mal ziehen.

3 Gewinn der Firma mit Endkontrolle:

Preis pro Spielzeug: $17,50 € :5=3,50 €$

Kosten der Herstellung pro Spielzeug mit Kontrolle: $2,05 €+0,23 €=2,28 €$

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| gi in € | $3,50-2,28=1,22$  | $$-2,28$$ |
| $P \left(G=g\_{i}\right)$  | 0,95 | 0,05 |

$E \left(G\right)=1,22⋅0,95-2,28⋅0,05=1,045≈1,05$

Gewinn der Firma pro Spielzeug ohne Endkontrolle:

V: fehlerhafte Spielzeuge

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| vi | 0 | 1 | 2 | $$>2$$ |
| $P \left(V=v\_{i}\right)$  | $$0,95^{5}≈0,7738$$ | $$5⋅0,95^{4}⋅0,05$$$$≈0,2036$$ | $10⋅0,95^{3}⋅0,05^{2}$ $$≈0,0214$$ | $1-0,7738-0,2036$ $-0,0214≈0,0012$  |

G\*: Gewinn

70 % von $3,50 €=2,45 €$; 50 % von $3,50 €=1,75 €$; 10 % von $3,50 €=0,35 €$

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $g\_{i}^{\*}$ in € | $$3,50-2,05$$ | $$2,45-2,05$$ | $$1,75-2,05$$ | $$0,35-2,05$$ |
| $P \left(G^{\*}=g\_{i}^{\*}\right)$  | 0,7738 | 0,2036 | 0,0214 | 0,0012 |

$E \left(G^{\*}\right)=1,45⋅0,7738+0,40⋅0,2036-0,3⋅0,0214-1,70⋅0,0012=1,19499≈1,19$

Da $E (G^{\*})>E (G)$ gilt, erzielt die Firma ohne Endkontrolle mehr Gewinn.