|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Arbeitsbuch Stochastik |  | Schritt 7 |  |
|  |  |

Ich kann …

erkennen, ob ein Spiel fair ist.



1 Bei einem Würfelspiel beträgt der Einsatz 3 €. Es werden 2 ideale Würfel geworfen. Wird mindestens eine 5 gewürfelt, so wird der Einsatz einbehalten; fällt keine 5, so erhält man 5 € als Gewinn.

a) Berechne wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, zu gewinnen bzw. zu verlieren.

b) Entscheide, ob das Spiel fair ist.



2 Milan und Petra spielen folgendes Spiel: Sie werfen drei ideale Würfel gleichzeitig. Milan zahlt an Petra 1 €, wenn einmal die 6 fällt, 2 € wenn zweimal die 6 fällt und 3 €, wenn dreimal die 6 fällt. Fällt keine 6, so zahlt Petra 1 € an Milan.

a) Berechne den Erwartungswert des Gewinns für Milan und für Petra.

b) Bestimme die Höhe des Einsatzes bei „keine 6“ so, dass das Spiel fair ist.



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 3 Ein Spiel besteht aus einer Serie von drei Würfen mit dem abgebildeten idealen Würfel. Bei jedem Wurf gilt 1 oder 2 als Treffer. Der Spiel­einsatz beträgt 1 €. Man erhält für jeden Treffer 0,2 € und bei mehr als 2 Treffern außerdem den Einsatz zurück.a) Berechne die Gewinnerwartung für das Spiel.b) Verändere die Höhe des Einsatzes so, dass das Spiel fair ist. |  | I:\Klett_WORD_Mathe\735994_Arbeitsbuch\735994_Schmuckelemente\SE96ECI70055UAA99_022.png |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Arbeitsbuch Stochastik |  | Lösungen |  |
|  |  |

Ich kann …

erkennen, ob ein Spiel fair ist.

1 G: Gewinn

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| gi in € | $$-3$$ | $$5-3=2$$ |
| $P \left(G=g\_{i}\right)$ | $ \frac{11}{36}$  | $ \frac{25}{36}$  |

b) $E \left(G\right)=-3⋅\frac{11}{36}+2⋅\frac{25}{36}=\frac{17}{36}≈0,47$

Das Spiel ist nicht fair.

2 a) Gewinn Petra:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| gi in € | 3 | 2 | 1 | $$-1$$ |
| $P \left(G=g\_{i}\right)$ | $ \frac{1}{216}$  | $ \frac{15}{216}$  | $ \frac{75}{216}$  | $ \frac{125}{216}$  |

$E \left(G\right)=3⋅\frac{1}{216}+2⋅\frac{15}{216}+1⋅\frac{75}{216}-1⋅\frac{125}{216}=-\frac{17}{216}≈-0,08$

Petra muss mit einem Verlust von ca. 8 Cent rechnen.

Gewinn Milan:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| gi in € | $$-3$$ | $$-2$$ | $$-1$$ | $$+1$$ |
| $P \left(G=g\_{i}\right)$ | $\frac{1}{216}$  | $ \frac{15}{216}$  | $ \frac{75}{216}$  | $ \frac{125}{216}$  |

$E \left(G\right)=-3⋅\frac{1}{216}-2⋅\frac{15}{216}-1⋅\frac{75}{216}+1⋅\frac{125}{216}= \frac{17}{216}≈0,08$

Milan kann mit einem Gewinn von ca. 8 Cent rechnen.

b) Faires Spiel:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| gi in € | $$-3$$ | $$-2$$ | $$-1$$ | $$+ x$$ |
| $P \left(G=g\_{i}\right)$ | $ \frac{1}{216}$  | $ \frac{15}{216}$  | $ \frac{75}{216}$  | $ \frac{125}{216}$  |

Es soll gelten: $E \left(G\right)=0$

$-3⋅\frac{1}{216}-2⋅\frac{15}{216}-1⋅\frac{75}{216}+x⋅\frac{125}{216}=0$

$-\frac{108}{216}+x⋅\frac{125}{216}=0 $ $|+\frac{108}{216}$

$x⋅\frac{125}{216}=\frac{108}{216} $ $| :\frac{125}{216}$

$x=\frac{108}{125}=0,864≈0,86$

Die Auszahlung an Milan, wenn keine 6 geworfen wird, müsste ca. 86 Cent betragen.

3 a) T: Anzahl der Treffer

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ti in € | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $P \left(T=t\_{i}\right)$ | $ \frac{8}{27}$  | $ \frac{12}{27}$  | $ \frac{6}{27}$  | $ \frac{1}{27}$  |

G: Gewinn

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| gi in € | $$-1$$ | $$-0,8$$ | $$-0,6$$ | 1,60 |
| $P \left(G=g\_{i}\right)$ | $ \frac{8}{27}$  | $ \frac{4}{9}$  | $ \frac{2}{9}$  | $ \frac{1}{27}$  |

$E \left(G\right)=-1⋅\frac{8}{27}-0,8⋅\frac{4}{9}-0,6⋅\frac{2}{9}+1,6⋅\frac{1}{27}=-\frac{98}{135}≈-0,73$

Im Durchschnitt verliert man auf lange Sicht ca. 73 Cent pro Spiel.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Arbeitsbuch Stochastik |  | Lösungen |  |
|  |  |

b) G: Gewinn

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| gi in € | $$- x$$ | $$- x+0,2$$ | $$- x+0,4$$ | $$x+0,6$$ |
| $P \left(G=g\_{i}\right)$ | $ \frac{8}{27}$  | $ \frac{4}{9}$  | $ \frac{2}{9}$  | $ \frac{1}{27}$  |

Faires Spiel: $E \left(G\right)=0$

$- x⋅\frac{8}{27}+\left(-x+0,2\right)⋅\frac{4}{9}+\left(-x+0,4\right)⋅\frac{2}{9}+\left(x+0,6\right)⋅\frac{1}{27}=0$

$-\frac{25}{27} x+0,2=0 $ $|-0,2$

$-\frac{25}{27}=- 0,2 $ $| :\left(-\frac{25}{27}\right)$

$x=0,216$

Bei einem Einsatz von ca. 0,22 € ist das Spiel fair.