|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Arbeitsbuch Stochastik |  | Schritt 19 |  |
|  |  |

Ich kann …

die Anzahl n an Versuchen bis zum ersten Eintreffen eines Ereignisses bestimmen.



1 Steffi und Lukas spielen ein Kartenspiel. Es werden 32 Karten verdeckt auf den Tisch gelegt, darunter sind 7 Joker. Lukas möchte möglichst wenig Karten aufdecken, aber mit einer Wahrscheinlichkeit von 85 % mindestens einen Joker ziehen. Nach dem Aufdecken einer Karte wird diese wieder verdeckt untergemischt.

a) Überprüfe, ob es für Lukas ausreicht, 3 Karten umzudrehen.

b) Berechne die Anzahl der Karten, die Lukas mindestens umdrehen muss, um mit der vorgegeben Wahrscheinlichkeit mindestens einen Joker zu erhalten.



2 In einer Urne liegen 5 rote und 15 gelbe Kugeln. Es wird nacheinander mit Zurücklegen gezogen. Jasmin behauptet, dass es um 20% wahrscheinlicher ist, die erste rote Kugel im 9. Zug zu ziehen als im 10. Zug. Über­prüfe Jasmins Aussage.



3 Petra möchte auf dem Rummel ein Stofffaultier gewinnen. Sie kauft ein Rubbellos, auf dem sich dreimal die 1, dreimal die 2, viermal die 3 und sechsmal ein Feld ohne Zahl befinden. Sie darf zwei Felder aufrubbeln. Wenn beide Felder eine 3 tragen, dann gewinnt sie das Stofffaultier. Berechne, wie viele Rubbellose Petra kaufen muss, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99 % mindestens ein Stofffaultier als Hauptgewinn zu erhalten.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Arbeitsbuch Stochastik |  | Lösungen |  |
|  |  |

Ich kann …

die Anzahl n an Versuchen bis zum ersten Eintreffen eines Ereignisses bestimmen.

1 X: Anzahl der umgedrehten Karten mit einem Joker

X ist binomialverteilt mit $p=\frac{7}{32}$ und $k=1$.

Gesucht ist n.

a) Bei 3 Karten ist die Wahrscheinlichkeit, keinen Joker zu erhalten: $P \left(X=0\right)=\left(1-p\right)^{3}=\left(\frac{25}{32}\right)^{3}≈0,4768$. Damit ist die Wahrscheinlichkeit, mindestens 1 Joker zu ziehen, $P \left(X\geq 1\right)=1-P \left(X=0\right)=1-0,4768=0,5232=52, 32 \%$ und damit deutlich unter Lukas gewünschter Wahrscheinlichkeit.

b) $P \left(X=0\right)=\left(\frac{25}{32}\right)^{n}$

$P \left(X\geq 1\right)=1-P \left(X=0\right)=1-\left(\frac{25}{32}\right)^{n}\geq 0,85$

$\left(\frac{25}{32}\right)^{n}\leq 0,15$

$$n=log\_{\frac{25}{32}}\left(0,15\right)≈7,69$$

Lukas muss mindestens 8 Karten umdrehen, um mit der gewünschten Wahrscheinlichkeit mindestens einen Joker zu erhalten.

2 Die Wahrscheinlichkeit, im 9. Zug eine rote Kugel zu ziehen, beträgt $\left(\frac{3}{4}\right)^{8}⋅\left(\frac{1}{4}\right)≈0,0250=2,5 \%$.

Die Wahrscheinlichkeit, im 10. Zug zum ersten Mal eine rote Kugel zu ziehen, beträgt
$\left(\frac{3}{4}\right)^{9}⋅\left(\frac{1}{4}\right)≈0,0188=1,88 \%$.

$ \frac{0,025}{0,0188}≈1,33$. Es ist also um ca. 33 % wahrscheinlicher, die erste rote Kugel im 9. Zug zu ziehen, als im 10. Zug. Jasmin lag also richtig, hat aber nicht gut geschätzt.

3 X: Anzahl der Gewinne, also Anzahl der Stofffaultiere

Zur Vereinfachung geht man davon aus, dass X binomialverteilt ist mit $p=\frac{4}{16}⋅\frac{3}{16}=\frac{3}{64}$ und $k=1$ (Achtung, p ist hier zusammengesetzt!)

Gesucht ist n.

$$P \left(X\geq 1\right)>0,99$$

$P \left(X\geq 1\right)=1-P \left(X=0\right)=1-\left(1-\frac{3}{64}\right)^{n}>0,99$

$\left(\frac{61}{64}\right)^{n}<0,01$

$$n\geq log\_{\left(\frac{61}{64}\right)}\left(0,01\right)≈95,92$$

Petra muss mindestens 96 Rubbellose kaufen.