|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Arbeitsbuch Stochastik |  | Schritt 27 |  |
|  |  | | | |

Ich kann …

einen Test auf Fehler 1. Art und 2. Art untersuchen.



1 Bei einem Würfel wird die Vermutung aufgestellt, dass die 6 mit einer Wahrscheinlichkeit von 10 % fällt. Luis überprüft diese Behauptung mit einem zweiseitigen Test. Er legt ein Signifikanzniveau von 5 % fest und würfelt 400-mal.

a) Berechne den Fehler 1 Art.

b) Berechne den Fehler 2. Art, falls ist.



2 Ein Waschmaschinenhersteller behauptet, dass mindestens 80 % seiner Waschmaschinen die zwei ersten Betriebsjahre ohne Defekte überstehen. Um die Behauptung zu überprüfen, wählt die Qualitätskontrolle 100 Maschinen und testet diese zwei Jahre lang.

a) Bestimme mit einem linksseitigen Test für die Anzahl der defekten Maschinen den Ablehnungsbereich bei einem Signifikanzniveau von 8 %, und bestimme die Irrtumswahrscheinlichkeit.

b) Nach zwei Jahren sind 10 % der Maschinen defekt. Berechne die Wahrscheinlichkeit für eine Fehlent­scheidung und gib an, um welchen Fehler es sich handelt.

c) Ein motivierter Mitarbeiter hat heimlich defekte Maschinen gegen Maschinen ohne Defekte ausgetauscht, sodass tatsächlich nur 6 % der Maschinen in den zwei Jahren defekt waren. Berechne nun die Wahrscheinlich­keit für die Fehlentscheidung und gib an, um welchen Fehler es sich handelt.



3 Ein Autohersteller verlangt, dass höchstens 1 % der gelieferten Bauteile Mängel haben. Es werden 1000 Autos gebaut. Zu Grunde liegt ein rechtsseitiger Test mit Signifikanzniveau von 5 %.

a) Berechne den Fehler 1. Art.

b) Begründe, ob es für den Autohersteller besser ist, das Signifikanzniveau zu verringern.

c) Berechne den Fehler 2. Art, wenn höchstens 0,9 % der Autos Mängel aufweisen dürfen.

d) Begründe, ob es für den Autohersteller besser ist, das Signifikanzniveau zu verringern (im Hinblick auf Teilaufgabe c)).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Arbeitsbuch Stochastik |  | Lösungen |  |
|  |  | | | |

Ich kann …

einen Test auf Fehler 1. Art und 2. Art untersuchen.

1 X: Anzahl der Würfe mit einer 6

X ist im Extremfall binomialverteilt mit , und Erwartungswert .

Nullhypothese H0:

Alternative H1:

Signifikanzniveau , also

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a) Linksseitiger Test:    Fehler 1. Art (linksseitig): |  | |  |  | | --- | --- | | g |  | | 28 | 0,0235 | | 29 | 0,0357 |   Ablehnungsbereich: |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Rechtsseitiger Test:      Fehler 1. Art (rechtsseitig): |  | |  |  | | --- | --- | |  |  | | 51 | 0,9689 | | 52 | 0,9783 |   (da dies aus folgt) Ablehnungsbereich: |

Insgesamt erhält man die Irrtumswahrscheinlichkeit .

b) X ist binomialverteilt mit und .

Fehler 2. Art:

2 X: Anzahl der Waschmaschinen, die in den ersten beiden Jahren defekt werden.

X ist im Extremfall binomialverteilt mit , und Erwartungswert:

Nullhypothese H0:

Alternative H1:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a) Linksseitiger Test:  Signifikanzniveau |  | |  |  | | --- | --- | | g |  | | 13 | 0,0469 | | 14 | 0,0804 |   Ablehnungsbereich: |

Irrtumswahrscheinlichkeit (Fehler 1. Art)

.

b) X ist binomialverteilt mit und .

Die Nullhypothese trifft nicht zu, es handelt sich um einen Fehler 2. Art.

c) X ist binomialverteilt mit und .

Die Nullhypothese trifft nicht zu, es handelt sich um einen Fehler 2. Art , .

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Arbeitsbuch Stochastik |  | Lösungen |  |
|  |  | | | |

3 X: Anzahl der Autos mit Mängeln

X ist im Extremfall binomialverteilt mit , und Erwartungswert:

Nullhypothese H0:

Alternative H1:

Signifikanzniveau

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  |  | | --- | --- | |  |  | | 14 | 0,9176 | | 15 | 0,9521 |   (da dies aus folgt) Ablehnungsbereich: |

a) Irrtumswahrscheinlichkeit (Fehler 1. Art)

b) Verringert man das Signifikanzniveau, so verringert sich auch der Fehler 1. Art, da sie eine obere Schranke für die Irrtumswahrscheinlichkeit darstellt. Das heißt, für den Autohersteller wäre ein niedrigeres Signifikanz­niveau besser.

c) X ist tatsächlich binomialverteilt mit und .

Die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art beträgt ca. 97,8 %.

d) Da der Fehler 2. Art größer wird, wenn man das Signifikanzniveau verkleinert, der Annahmebereich also größer wird, sollte das Signifikanzniveau nicht verringert werden.