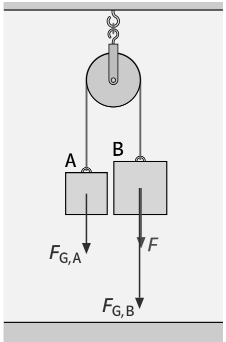
(S.71) **A1** ◒ **a)** Auf den Körper B wirkt die Kraft $F = F_{G,B} - F_{G,A} = 9{,}81\,\text{N}$ nach unten, sodass B eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung (nach unten) ausführt. Der Körper A vollführt mit der gleichen Beschleunigung wie B eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung (nach oben).




**b)** Durch die Kraft $F = 9{,}81\,\text{N}$ wird ein Körper der Masse $m = m_A + m_B = 3\,\text{kg}$ beschleunigt:

$$F = m \cdot a \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{F}{m} = \frac{9{,}81\,\text{N}}{3\,\text{kg}} = 3{,}27\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Es gelten also die Bewegungsgesetze der gleichmäßig beschleunigten Bewegung:

$v = a \cdot t + v_0$ (mit $v_0 = 0$) und $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$ (mit $s_0 = 0$)

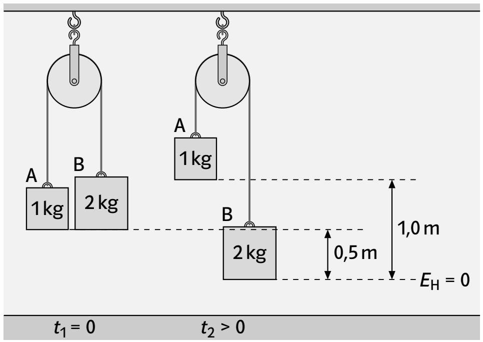
Daraus ergibt sich:

$$t = \frac{v}{a} \quad \Leftrightarrow \quad s = \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{v}{a}\right)^2 \quad \Leftrightarrow \quad s = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{a} \quad \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{2 s \cdot a}$$

Zum Zeitpunkt $t_2$ hat jeder Körper die Strecke $s = 0{,}5\,\text{m}$ zurückgelegt. Die Geschwindigkeit beträgt dann:

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 0{,}5\,\text{m} \cdot 3{,}27\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**c)** ***Die Energie $E_1$ zum Zeitpunkt $t_1$ ist die Summe aus den Höhenenergien der Körper A und B, die sich in 0,5 m Höhe über dem Nullniveau für die Höhenenergie befinden:***




$$E_1 = 1\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}5\,\text{m} + 2\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}5\,\text{m}$$

$$= 14{,}715\,\text{J}$$

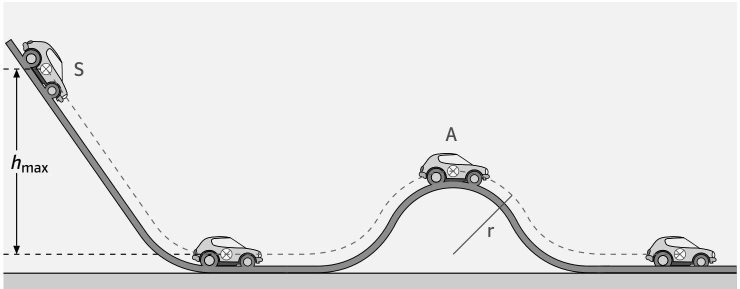
Die Energie $E_2$ zum Zeitpunkt $t_2$ ist die Summe aus den Bewegungsenergien der Körper A und B und der Höhenenergie des Körpers A, der sich nun 1,0 m über dem Nullniveau befindet:

$$E_2 = \frac{1}{2} \cdot 1\,\text{kg} \cdot v_2^2 + \frac{1}{2} \cdot 2\,\text{kg} \cdot v_2^2 + 1\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1{,}0\,\text{m} = 1{,}5\,\text{kg} \cdot v_2^2 + 9{,}81\,\text{J}$$

Nach dem Energieerhaltungssatz sind die Energien gleich:

$$E_2 = E_1 \quad \Leftrightarrow \quad 1{,}5\,\text{kg} \cdot v_2^2 + 9{,}81\,\text{J} = 14{,}715\,\text{J} \quad \Leftrightarrow \quad v_2 = \sqrt{\frac{14{,}715\,\text{J} - 9{,}81\,\text{J}}{1{,}5\,\text{kg}}} \quad \Leftrightarrow \quad v_2 = 1{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(S.71) **A2** ◒ **a)**




Ist die Starthöhe $h$ größer als der Radius $r$ der zu durchfahrenden Kreisbahn, dann besitzt der Wagen im Punkt A Höhenenergie $E_{H,A}$ und Bewegungsenergie $E_{B,A}$; er kann also den höchsten Punkt A durchfahren. Um auf einer Kreisbahn fahren zu können, muss auf den Wagen die Zentripetalkraft $F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r}$ wirken. Sie wird in diesem Fall durch die Gewichtskraft $F_G = m \cdot g$ verursacht.

**b)** Je größer die Starthöhe $h$ und damit die Geschwindigkeit $v$ wird, desto größer muss die erforderliche Zentripetalkraft $F_Z$ sein. Da diese nicht größer als $F_G$ sein kann, ergibt sich für die maximale Geschwindigkeit im Punkt A, mit der der Wagen die Kreisbahn durchfahren kann:

$$F_Z = F_G \quad \Leftrightarrow \quad \frac{m \cdot v_{max}^2}{r} = m \cdot g \quad \Rightarrow \quad v_{max} = \sqrt{r \cdot g}$$

Der Energiesatz liefert eine Aussage über die maximale Starthöhe:

$$E_{H,S} = E_{H,A} + E_{B,A} \quad \Leftrightarrow \quad m \cdot g \cdot h_{max} = m \cdot g \cdot r + \frac{1}{2} m \cdot v_{max}^2 \quad \Leftrightarrow \quad h_{max} = r + \frac{1}{2}\frac{v_{max}^2}{g}$$

Einsetzen von $v_{max}$ ergibt:

$$h_{max} = r + \frac{1}{2}\frac{r \cdot g}{g} = \frac{3}{2} r$$

Für $h > h_{max}$ reicht die Gewichtskraft nicht aus, um den Wagen auf der Bahn zu halten

**A3** ◒

**a)** Im linken Umkehrpunkt des Pendels ist die Geschwindigkeit des Pendelkörpers null, d.h. er hat hier nur Höhenenergie. Bei der Bewegung des Pendelkörpers nach rechts verringert sich die Höhenenergie und die Bewegungsenergie nimmt zu. Im tiefsten Punkt ist die Geschwindigkeit des Pendelkörpers maximal und gleichzeitig ist die Höhenenergie minimal (bzw. gleich null, wenn man – wie im Kontomodell in der Grafik dargestellt – das Nullniveau der Höhenenergie so definiert). Die anfänglich vorhandene Höhenenergie wurde vollständig in Bewegungsenergie überführt. Auf dem Weg zum rechten Umkehrpunkt erfolgt die Energieüberführung in umgekehrter Richtung, d.h., die Bewegungsenergie nimmt ab und die Höhenenergie nimmt zu bis sie im Umkehrpunkt wieder den ursprünglichen Betrag hat und die Bewegungsenergie null ist.
Da die Höhenenergie proportional mit der Höhe wächst, hat der Pendelkörper an dieser Stelle die Hälfte der ursprünglichen Höhenenergie. Wegen der Energieerhaltung wurde die andere Hälfte in Bewegungsenergie des Pendelkörpers überführt. Es sind an dieser Stelle also beide Balken zur Hälfte gefüllt.

**b)** Am Anfang beträgt die Höhenenergie

$$E_H = 0{,}1\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 0{,}3\,\text{m} = 0{,}2943\,\text{J}$$

Ohne Reibung wird diese Höhenenergie vollständig in Bewegungsenergie überführt:

$$E_B = E_H$$

Die Formel für $E_B$ wird eingesetzt und nach $v$ aufgelöst:

$$v = \sqrt{2\frac{E_H}{m}}$$

Daraus ergibt sich $v = 2{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

(S. 71) **c)** Die im System enthaltene Energie hat sich nicht verändert. Wenn das Pendel die gleiche Höhenenergie wie vorher hat, so muss es auch die gleiche Höhe erreichen.

**d)** Da die Reibung nicht berücksichtigt wird, stellt dieses Fadenpendel eine Idealisierung dar. Tatsächlich geht dem System thermische Energie verloren. Unter Berücksichtigung dieser thermischen Energie gilt das Energieerhaltungsprinzip.

**A4** ●

**a)** Da der Wagen zum Stehen kommt, muss seine ursprüngliche Bewegungsenergie während dieser 100 ms vollständig in andere Energieformen überführt worden sein.

**b)** Gegeben ist: $\Delta t = 0{,}1\,\text{s}$, $m = 1500\,\text{kg}$ und $v = 64\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{64}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 18\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$
Daraus folgt:

$$E_\text{B} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1500\,\text{kg} \cdot \left(\frac{64}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 237\,037\,\text{J}$$

**c)** Analog zu Teilaufgabe b) ergibt sich für $m = 70\,\text{kg}$:

$$E_\text{B} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 70\,\text{kg} \cdot \left(\frac{64}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 11\,061\,\text{J}$$

Dieselbe Energie hat die Person in einer Höhe von

$$h = \frac{E}{m \cdot g} = \frac{11\,061\,\text{J}}{70\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 16{,}1\,\text{m}$$

Der Aufprall mit 64 km/h entspricht also einem Sturz aus 16 m Höhe.

**d)** Ein Sturz aus 16 m Höhe überlebt im Normalfall kein Mensch. Physikalisch gesehen liegt das daran, dass die Bewegungsenergie bzw. Höhenenergie von rund 11 kJ beim Aufprall im Körper umgewandelt wird und so zu schweren Knochenbrüchen und inneren Verletzungen führt. Um das zu verhindern, muss man dafür sorgen, dass bei einem Autounfall die Bewegungsenergie der Insassen möglichst auf andere Gegenstände übertragen wird und nicht innerhalb der Körper der Insassen umgewandelt wird.
Dies gelingt mit Hilfe von Gurt und Knautschzone. Durch den Gurt werden die Insassen mit dem Pkw „verbunden“. Beim Aufprall wird dann die Bewegungsenergie des Fahrzeugs (einschließlich der Bewegungsenergie der Insassen) in Verformungsenergie der Knautschzone überführt. Die Bewegungsenergie der Insassen wird also mit in die Verformung der Knautschzone übertragen. Dadurch, dass sich die Gurte bei Belastung dehnen wird auch hierhin ein Teil der Bewegungsenergie der Insassen übertragen und der Airbag bremst den Kopf und übernimmt so einen Teil der Bewegungsenergie des Kopfes, der ja nicht direkt über den Gurt mit dem Pkw verbunden ist.
Die Kraft, mit der eine angegurtete Person bei einem Aufprall gebremst wird, lässt sich leicht abschätzen. Geht man von einer gleichmäßig verzögerten Bewegung aus, so beträgt die mittlere Geschwindigkeit des Fahrzeugs während des Bremsvorgangs $v_\text{Mittel} = \frac{v}{2} \approx 9\,\text{m/s}$. Die Bremszeit beträgt $\Delta t = 0{,}1\,\text{s}$ und damit ergibt sich für den „Bremsweg“ $s = v_\text{Mittel} \cdot \Delta t = 0{,}9\,\text{m}$ (das ist gerade die Knautschzone des Pkw). Aus $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ ergibt sich die Beschleunigung zu

$$a = \frac{2s}{t^2} = \frac{1{,}8\,\text{m}}{0{,}01\,\text{s}^2} = 180\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 18\,g.$$

Die mittlere Bremskraft, die auf die Insassen beim Aufprall wirkt, beträgt also rund das 18-fache der Gewichtskraft der Insassen.

Die Rechnung macht deutlich, warum ein Mensch einen Sturz aus 16 m Höhe nicht überlebt: Hier fehlt die Knautschzone! Der „Bremsweg“ beträgt dann quasi nur ein paar Zentimeter. Entsprechend kürzer ist dann auch die „Bremszeit“ und entsprechend größer die „Bremsverzögerung“ bzw. die „Bremskraft“. Beispiel: Verkürzt sich der Bremsweg von 90 cm auf 9 cm, so verkürzt sich die Bremszeit auf 0,01 s und die Beschleunigung wächst auf 180 g.